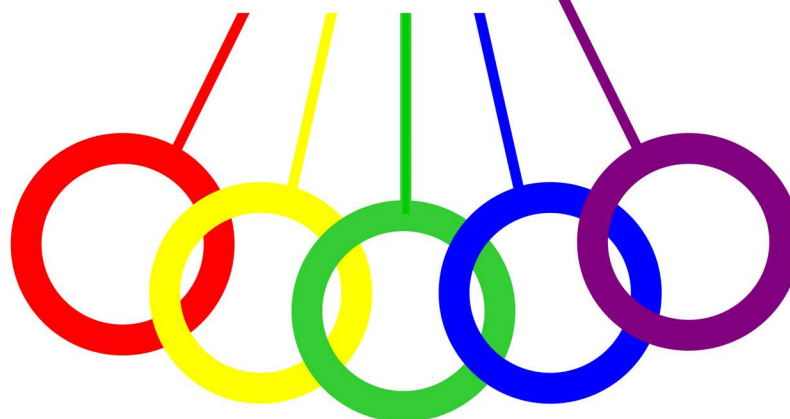


28 Olimpiada

*ESPAÑOLA DE
FÍSICA*

FASE DE ARAGÓN



2ª PRUEBA

24 de febrero de 2017

Prueba experimental. Medida de la relación carga/masa del electrón

En 1897, J. J. Thompson utilizó un dispositivo experimental parecido al de la figura 1 para determinar por primera vez la relación entre la carga absoluta y la masa del electrón, e/m .

Los electrones emitidos por un filamento incandescente son acelerados hasta una cierta velocidad v mediante un *cañón de electrones*, formado por dos electrodos, entre los que se establece una diferencia de potencial V .

Suponiendo que la velocidad inicial de los electrones es prácticamente nula, su velocidad final puede obtenerse planteando la conservación de la energía mecánica

$$eV = \frac{1}{2}mv^2 \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2eV}{m}} \quad (1)$$

Estos electrones se mueven en presencia de un campo magnético \vec{B} uniforme y perpendicular a \vec{v} , de forma que la fuerza de Lorentz ($\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$) que actúa sobre ellos es puramente centrípeta y los electrones describen una trayectoria circular de radio R

$$F = evB = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = \frac{mv}{eB} \quad (2)$$

En el montaje de la figura 1, el campo magnético es producido por dos bobinas circulares, situadas en planos paralelos separados una distancia igual a su radio, por las que circula una corriente eléctrica de intensidad I . Con esta geometría (*bobinas de Helmholtz*), se consigue un campo magnético aproximadamente uniforme en un amplio volumen en torno al centro del sistema. La intensidad de este campo viene dada por

$$B = kI, \quad \text{con} \quad k = \frac{8\mu_0 N}{5\sqrt{5}r} \quad (3)$$

donde μ_0 es la permeabilidad del vacío, N el número de espiras de cada bobina, r el radio de las espiras e I la corriente que circula por ellas.

Combinando las ecuaciones (1), (2) y (3) se obtiene

$$V = \frac{k^2}{2} \frac{e}{m} R^2 I^2 \quad (4)$$

El cañón de electrones se sitúa en el interior de un bulbo esférico que contiene Helio a baja presión, para no perturbar apreciablemente la trayectoria de los electrones. Cuando un electrón colisiona con un átomo de Helio, éste se excita a un nivel de energía superior al fundamental. Posteriormente, este átomo se desexcita emitiendo un fotón de luz visible, de forma que, desde el exterior, se observa luminosa la trayectoria circular de los electrones, y puede medirse el radio con una simple regla (figura 2).

Los valores de la tensión aceleradora, V , y de la corriente que circula por las bobinas, I , pueden controlarse y medirse externamente. En el experimento que vamos a considerar, el valor de V se modifica a intervalos regulares y el valor de I se reajusta en cada caso hasta conseguir una trayectoria de radio fijo $R=5,0$ cm.

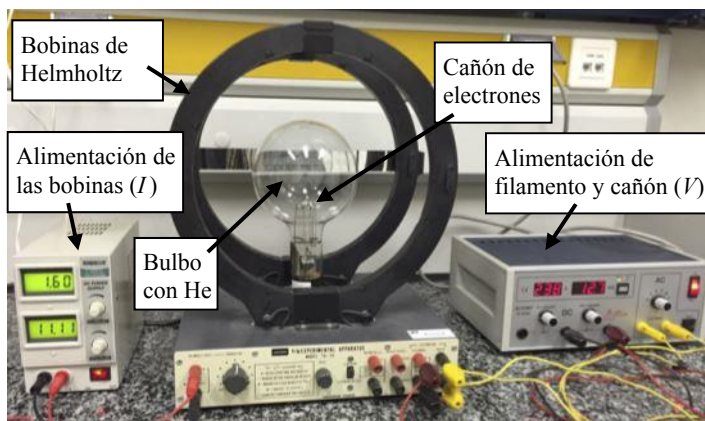


Figura 1

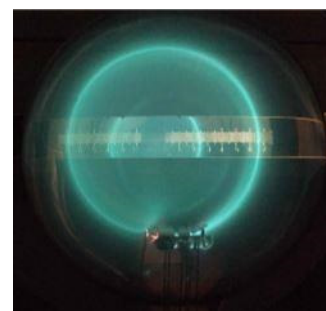


Figura 2

En la siguiente tabla se recoge una serie de valores de V e I con los que se consigue esta trayectoria.

V (V)	125	150	175	200	225	250	275	300
I (A)	0,94	1,00	1,10	1,21	1,29	1,33	1,39	1,49

Otros datos:

Permeabilidad del vacío, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$

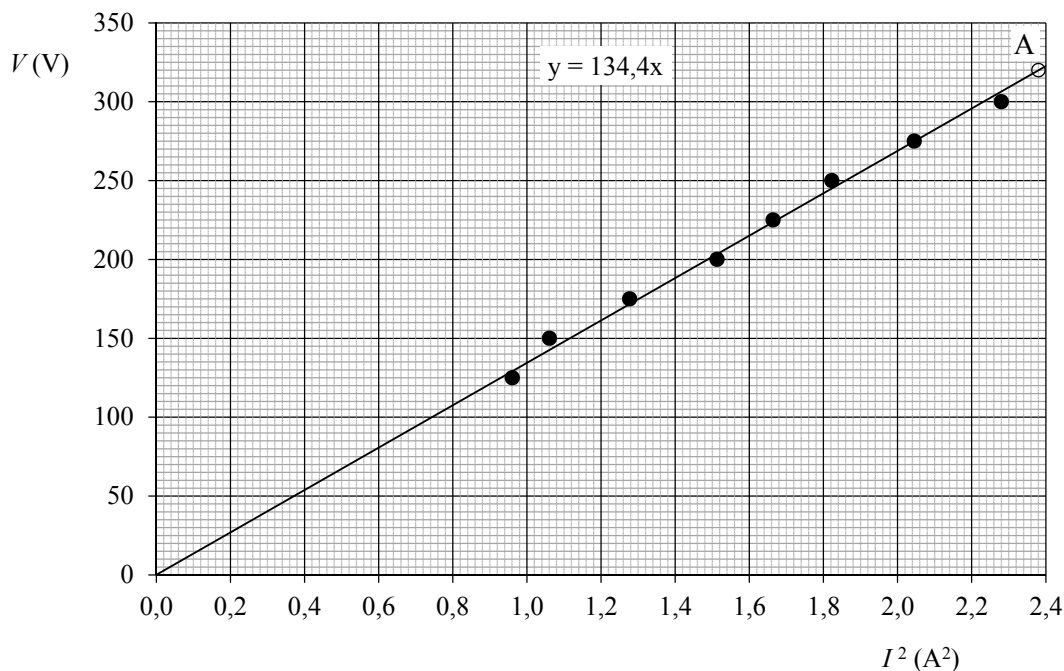
Número de espiras de las bobinas, $N = 130$.

Radio de las espiras, $r = 15,0 \text{ cm}$.

- Representa gráficamente en el papel milimetrado los puntos experimentales $(x, y) = (I^2, V)$.
- Ajusta una línea recta a los puntos de la gráfica anterior.
- A partir de este ajuste, determina el valor de la relación carga/masa del electrón, e/m .
- Haz una estimación de la incertidumbre del valor obtenido para e/m .

Prueba experimental. Solución

- a) Según indica la ecuación (4), se espera una dependencia $V(I^2)$ lineal, con pendiente proporcional a e/m y ordenada en el origen nula. En la siguiente gráfica se comprueba que los puntos $(x, y) = (I^2, V)$ presentan la tendencia esperada



- b) Aceptando que la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales también pasa por el origen, como prevé el modelo teórico¹, se ha trazado la recta que, en promedio, pasa lo más cerca posible de dichos puntos. Su pendiente, p , puede determinarse a partir de las coordenadas de un punto de la recta, como el A de la gráfica anterior. Este punto se ha escogido en una intersección de la cuadrícula y alejado del origen, para optimizar la precisión relativa de sus coordenadas.

$$p = \frac{y_A}{x_A} = \frac{320,0 \text{ V}}{2,380 \text{ A}^2} \Rightarrow \boxed{p = 134,5 \text{ V/A}^2}$$

Aplicando el método de ajuste lineal por *mínimos cuadrados*, se obtiene el resultado indicado en la gráfica, con prácticamente la misma pendiente.

- c) Según la ecuación (4) la pendiente de esta recta es

$$p = \frac{k^2}{2} \frac{e}{m} R^2$$

Por tanto, la relación e/m buscada es

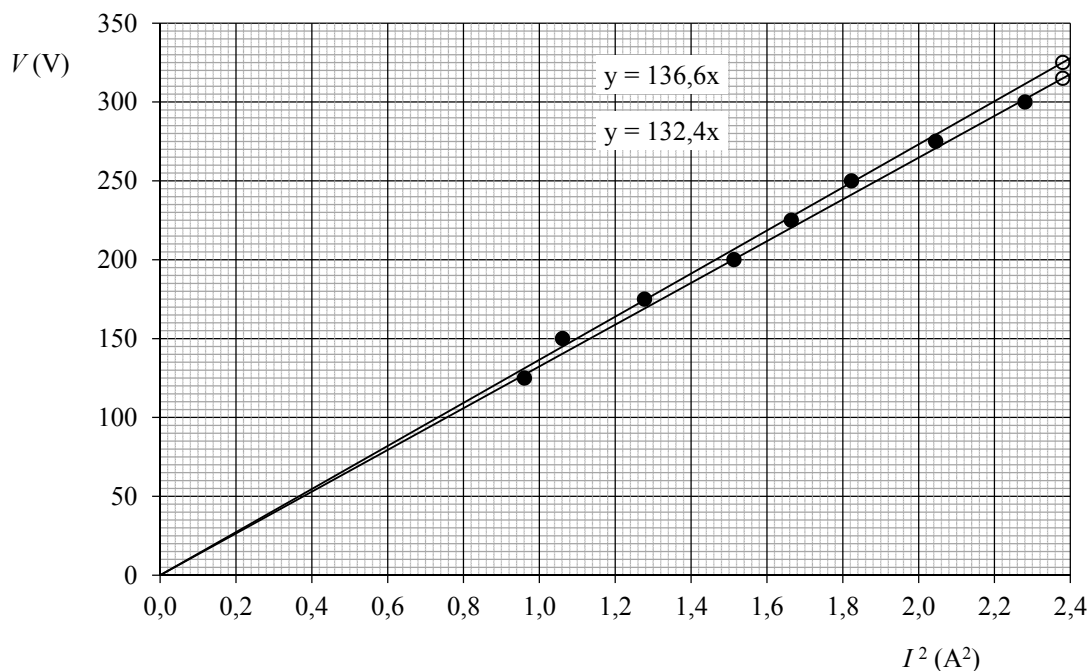
$$\frac{e}{m} = \frac{2p}{k^2 R^2}$$

Con los datos del enunciado se obtiene

$$\boxed{\frac{e}{m} = 1,771 \times 10^{11} \text{ C/kg}}$$

¹ Si la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales no pasase aproximadamente por el origen, habría que estudiar la exactitud del modelo teórico, o considerar la posibilidad de algún error sistemático en el experimento.

- d) Para hacer una estimación de la incertidumbre de e/m , se trazan las dos rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales, teniendo en cuenta su dispersión respecto a la mejor recta.



Un proceso de ajuste análogo al realizado en el apartado anterior conduce a que las pendientes de estas dos rectas, y los correspondientes valores de e/m , son

$$p_{\max} = 136,6 \text{ V/A}^2 \Rightarrow (e/m)_{\max} = 1,799 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

$$p_{\min} = 132,4 \text{ V/A}^2 \Rightarrow (e/m)_{\min} = 1,744 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

Por tanto, una estimación razonable de la incertidumbre del valor de e/m es

$$\Delta(e/m) = \frac{1}{2} [(e/m)_{\max} - (e/m)_{\min}]$$

$$\Delta(e/m) = 2,7 \times 10^9 \text{ C/kg}$$

El resultado final del experimento, expresado con el número adecuado de cifras significativas, sería

$$\frac{e}{m} = (1,77 \pm 0,03) \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

Nota: El valor real de la relación carga/masa del electrón es

$$\frac{e}{m} = 1,759 \times 10^{11} \text{ C/kg}$$

que queda dentro del margen de incertidumbre del resultado de nuestro experimento.