Facultad de Ciencias Universidad Zaragoza

Real Sociedad Española de Física

R.S.E.F.

Universidad Zaragoza

31 Olimpiada ESPAÑOLA DE FÍSICA

FASE DE ARAGÓN

1ª PRUEBA

28 de febrero de 2020

Instituto Universitario de Investigación en Nanociencia de Aragón Universidad Zaragoza

Instituto Universitario de Investigación en Ingeniería de Aragón Universidad Zaragoza

Cátedra Inycom Universidad Zaragoza

Inycom

icma Instituto de Ciencia de Materiales de Aragón

cofis Colegio Oficial de Físicos

iberCaja Obra Social

Subvenciona:

GOBIERNO DE ARAGON Departamento de Educación, Cultura y Deporte

P1.- Diversión en el gravitrón

El "gravitrón" (figura 1) es una atracción de feria muy popular en parques de atracciones de Australia y Estados Unidos.

Fig. 1

El modelo Carnival (cuyo esquema se muestra en la figura 2) consiste en un gran cilindro vertical de radio $R = 3$ m que gira con velocidad angular constante ω alrededor de su eje vertical. Mientras gira, los pasajeros se mantienen con la espalda apoyada en su pared interior, de modo que la fricción entre su espalda y la pared les mantiene suspendidos. Si la velocidad angular es suficientemente alta, el suelo se puede quitar sin que el pasajero caiga.

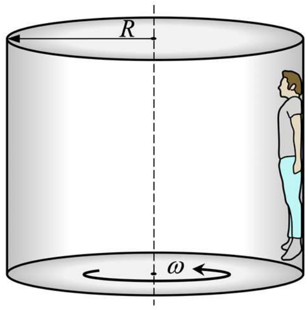

Fig. 2

a) Representa en un esquema las fuerzas que actúan sobre una persona en el gravitrón Carnival.

Se coloca en el gravitrón un individuo de masa $M = 90$ kg. El coeficiente de rozamiento estático entre su espalda y la pared es $\mu_e = 0{,}3$.

b) Calcula la velocidad angular mínima ω_0 necesaria para que el individuo no deslice hacia abajo.

c) Se aplica al gravitrón Carnival una velocidad angular $2\omega_0$. Describe el movimiento del individuo y calcula la fuerza de rozamiento que actúa sobre él.

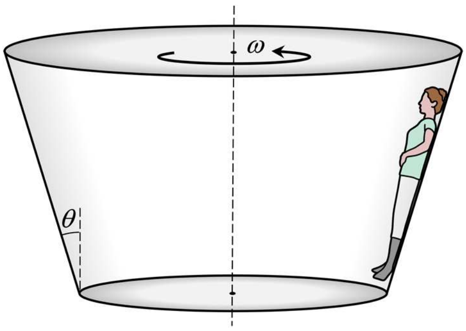

Fig. 3

En el modelo Starship 3000 (cuyo esquema se muestra en la figura 3) se emplea en lugar de un cilindro un tronco de cono invertido, de modo que las personas se apoyan sobre la pared inclinada. Cuando la atracción está parada, el usuario se apoya con los pies en el suelo, pero cuando gira con velocidad angular ω, se eleva y queda flotando.

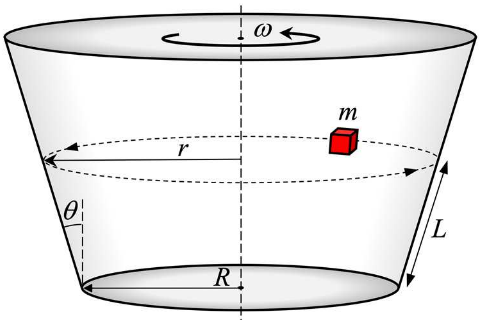

Fig. 4

En un test de ajuste de la atracción, cuando ésta gira con una velocidad angular $\omega = 3$ rad/s, se observa que al colocar una masa de prueba $m = 5$ kg, como se muestra en la figura 4, dicha masa se mantiene estable en una trayectoria circular horizontal a una distancia $L = 1{,}5$ m del suelo medida sobre la pared. El radio del suelo es $R = 3$ m y la pared forma un ángulo $\theta = 20°$ con la vertical. El coeficiente de rozamiento estático entre el bloque y la pared es $\mu_e = 0{,}3$.

d) Determina, en función de ω, L, R y θ, la aceleración centrípeta de la masa de prueba cuando se mueve en la trayectoria horizontal. Calcula su valor numérico.

Vamos disminuyendo lentamente la velocidad angular y observamos que la masa de prueba se mantiene en la misma trayectoria hasta una velocidad angular $\omega_{\min}$ a partir de la cual comienza a descender por la pared.

e) Representa en un esquema las fuerzas que actúan sobre la masa de prueba en el Starship 3000 cuando gira con la velocidad angular $\omega_{\min}$.

f) Determina y calcula el valor de $\omega_{\min}$.

Supón que, cuando la masa de prueba está girando a la distancia L del suelo, en vez de disminuir la velocidad angular, se aumenta.

g) ¿Cuál es la máxima velocidad angular ω_{max} para la que la masa de prueba permanece en equilibrio vertical sin ascender?

P1.- Solución

a) Como la persona está en equilibrio en dirección vertical, además del peso $M\vec{g}$ hacia abajo actúa hacia arriba la fuerza de rozamiento $\vec{F}_r$. Como gira describiendo una trayectoria circular de radio y velocidad constantes debe haber una fuerza centrípeta que produzca este giro. Dicha fuerza la proporciona la reacción normal de la pared, $\vec{N}$. La dirección y sentido de dichas fuerzas se muestra en la figura 5.

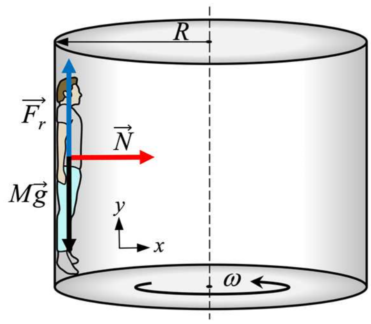

Fig. 5

b) Aplicando la segunda Ley de Newton,

$$\sum \vec{F} = M \cdot \vec{a}$$

Siguiendo la figura 5, descomponemos las fuerzas en su componente horizontal *x* (que corresponde a la dirección radial), en la que el cuerpo está sometido a una aceleración centrípeta, y su componente vertical *y*, en la que no hay aceleración.

$$\sum F_x = M \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad N = M\omega^2 R$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_r - Mg = 0 \quad \Rightarrow \quad F_r = Mg$$

La velocidad angular mínima ω_o para que el cuerpo se sostenga suspendido por la fuerza de rozamiento se produce cuando

$$F_r = \mu_e N = \mu_e M \omega_o^2 R$$

Y como $F_r = Mg$, se cumple

$$Mg = \mu_e M \omega_o^2 R \quad \rightarrow \quad \boxed{\omega_o = \sqrt{\frac{g}{\mu_e R}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_o = 3{,}30 \text{ rad/s}}$$

De la expresión de ω_o se deduce que no depende de la masa del individuo, lo que es bastante tranquilizador en caso de que use la atracción un pasajero con sobrepeso.

c) Aunque aumente la velocidad angular, la fuerza de rozamiento no puede aumentar, pues ya está en su valor máximo, de modo que la condición de equilibrio vertical se mantiene,

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_r - Mg = 0\,.$$

Por ello, el cuerpo seguirá describiendo la misma trayectoria circular y la fuerza de rozamiento será

$$\boxed{F_r = Mg} \quad \Rightarrow \quad \boxed{F_r = 882 \text{ N}}$$

d) En el Starship 3000 el radio de la trayectoria circular se deduce geométricamente de la figura 6.

$$r = R + L\,\text{sen}\,\theta\,.$$

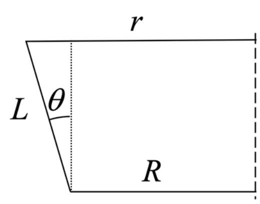

Fig. 6

Por tanto, la aceleración centrípeta a la que está sometido el bloque es

$$\boxed{a_c = \omega^2 r = \omega^2 (R + L\,\text{sen}\,\theta)} \quad \rightarrow \quad \boxed{a_c = 31{,}6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}$$

e) Si al disminuir la velocidad angular el cuerpo desciende es porque para ω_{min} la fuerza de rozamiento alcanza su valor máximo $F_r = \mu_e N$ y evita que el bloque baje, por lo que está dirigida hacia arriba. El esquema de fuerzas es el mostrado en la figura 7.

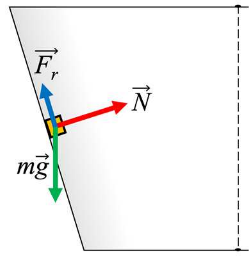

Fig. 7

f) Aplicando nuevamente la segunda Ley de Newton,

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Siguiendo la figura 8, descomponemos las fuerzas en su componente horizontal x (dirección radial), en la que el cuerpo está sometido a la aceleración centrípeta a_c, y su componente vertical y, en la que no hay aceleración.

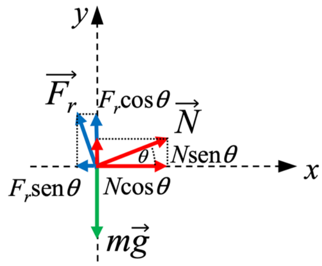

Fig. 8

$$\sum F_x = m \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad N\cos\theta - F_r\,\mathrm{sen}\,\theta = m\omega_{min}^2 r$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N\,\mathrm{sen}\,\theta + F_r\cos\theta - mg = 0$$

Cuando el gravitrón gira con velocidad angular ω_{min} la fuerza de rozamiento alcanza su valor máximo, $F_r = \mu_e N$. Sustituyendo F_r en la expresión anterior se obtiene un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: μ_e y N,

$$\begin{cases} N\cos\theta - \mu_e N\,\mathrm{sen}\,\theta = m\omega_{min}^2 r \\ N\,\mathrm{sen}\,\theta + \mu_e N\cos\theta = mg \end{cases}$$

Dividiendo la primera entre la segunda podemos eliminar N,

$$\frac{\cos\theta + \mu_e\,\mathrm{sen}\,\theta}{\mathrm{sen}\,\theta - \mu_e\cos\theta} = \frac{\omega_{min}^2 r}{g}$$

De donde podemos despejar ω_{min},

$$\boxed{\omega_{min} = \left[\frac{g(\cos\theta - \mu_e\,\mathrm{sen}\,\theta)}{r(\mathrm{sen}\,\theta + \mu_e\cos\theta)}\right]^{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_{min} = 1{,}94\ \mathrm{rad/s}}$$

De la expresión de ω_{min} se deduce que no depende de la masa que colocamos en el gravitrón.

g) Si aumentamos la velocidad angular, la reacción $\vec{N}$ será cada vez mayor. Si crece suficientemente, el bloque se moverá hacia arriba y se invertirá el sentido de la fuerza de rozamiento $\vec{F}_r$. La máxima velocidad angular para que el bloque permanezca en equilibrio vertical corresponderá al valor máximo de la fuerza de rozamiento, $F_r = \mu_e N$. El esquema de fuerzas en este caso se muestra en la figura 9.

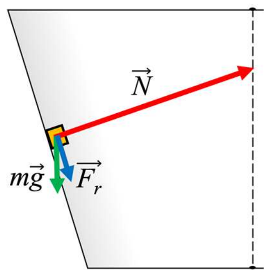

Fig. 9

Aplicando nuevamente la segunda Ley de Newton,

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Según la figura 10, descomponemos en sus componentes horizontales y verticales,

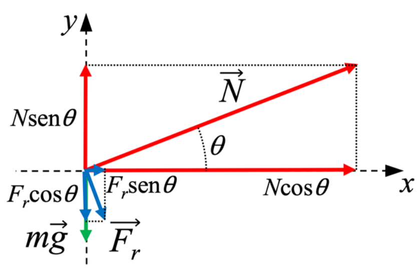

Fig. 10

$$\sum F_x = m \cdot a_c \quad \Rightarrow \quad N\cos\theta + F_r\,\mathrm{sen}\,\theta = m\omega_{max}^2 r$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad N\,\mathrm{sen}\,\theta - F_r\cos\theta - mg = 0$$

Para el caso límite, $F_r = \mu_e N$, obtenemos un nuevo sistema de ecuaciones donde las incógnitas son N y $\omega_{\max}$,

$$\begin{cases} N\cos\theta + \mu_e N \operatorname{sen}\theta = m\omega_{\max}^2 r \\ N\operatorname{sen}\theta - \mu_e N\cos\theta = mg \end{cases}$$

A partir de este sistema, siguiendo el procedimiento descrito en el apartado f), podemos obtener $\omega_{\max}$,

$$\boxed{\omega_{\max} = \left[\frac{g(\cos\theta + \mu_e \operatorname{sen}\theta)}{r(\operatorname{sen}\theta - \mu_e\cos\theta)}\right]^{1/2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\omega_{\max} = 6{,}95 \text{ rad/s}}$$

De la expresión de $\omega_{\max}$ se deduce que tampoco depende de la masa que colocamos en el gravitrón.

P2.- La sopa de mi abuela

Una de las cosas que más me gustan es la sopa de cocido que prepara mi abuela. Utiliza una mezcla de carne, verduras y especias que mantiene en secreto y que me temo que se llevará a la tumba. Y le sale un caldo para chuparse los dedos. Tanto me gusta que cada vez que voy a verla tiene preparados varios recipientes llenos de sopa, perfectamente congelados para que se conserven.

Mi abuela no pudo estudiar, pero sabe más física que yo, la debe aprender en videos que ve por internet. Y si en algo se maneja mejor que en hacer cocido es en la precisión. Todos y cada uno de los recipientes contienen exactamente 500 ml de sopa. Y una asombrosa propiedad de su sopa es que congela exactamente a 0 ºC; hasta en eso es precisa mi abuela. No creáis que me los da gratis, siempre me plantea alguna pregunta que debo responder si me los quiero llevar. Y a veces son bastante difíciles.

Un día va y me suelta: La sopa congelada que contiene cada recipiente pesa 480 g. Si ponemos el bloque de sopa en una olla con agua,

a) ¿qué volumen del bloque de sopa congelada quedará por encima de la superficie del agua?

Ese día me fui sin sopa, porque no le supe contestar, pero al día siguiente me había preparado. Mi abuela, que se iba creciendo, me dijo: para que se funda completamente el contenido de uno de los recipientes de sopa congelada a 0 ºC sin calentarlo, tengo que mezclarlo al menos con 1 litro de agua a 35 ºC.

b) ¿Cuál es el calor latente de fusión de la sopa?

Aquel día supe la respuesta. Mi abuela, muy contenta, además de darme la sopa me contó el secreto de su elaboración: preparaba el caldo con biochorizo y morcilla gravitacional. ¡Ya decía yo que estaba tan buena!

Otro día me sorprendió con la siguiente cuestión: Mi cocina tiene una potencia de 1,5 kW. Caliento con ella un bloque de sopa congelada a 0 ºC, de forma que absorbe el 75 % de la energía producida.

c) ¿Cuánto tiempo tardará en fundirse completamente el bloque de sopa?

Como nuevamente acerté, me dio mi ración semanal de sopa y me contó que tenía problemas para enhebrar la aguja debido a las fluctuaciones cuánticas. Ahí ya no supe qué responderle…

Como tengo adicción a la sopa de la abuela, la siguiente vez que fui a verla me hizo la siguiente pregunta: Con mi cocina calentamos un bloque de sopa congelada a 0 ºC durante 4 minutos de forma que alcanza una temperatura de 70 ºC (recuerda que absorbe el 75 % de la energía suministrada por la cocina).

d) ¿Cuál es el calor específico de la sopa?

La semana pasada me prometió una docena de sus famosas nanocroquetas de cocido (lo de nano debe ser ironía, porque cada una pesa más de 100 g) si contestaba a una nueva pregunta: Llenamos un tazón de 150 g que está a 20 ºC con 250 ml de sopa a 70º. La temperatura final del tazón con la sopa es de 60 ºC. Supón que no se pierde calor al entorno.

e) ¿Cuál es el calor específico del material del que está hecho el tazón?

Me comí las croquetas de una sentada. Desde entonces mi abuela me llama su "agujerico negro".

Datos: El calor latente de fusión L_f es el calor necesario para fundir 1 kg de sustancia. El calor específico c de una sustancia es la cantidad de calor necesaria para elevar la temperatura de 1 kg *de la sustancia en* 1 ºC. *El calor específico del agua es* $c_a = 4{,}18 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$.

Este problema está inspirado en el relato de David Benedicto "Mi abuela, tan científica ella", 2º Premio del V Concurso de Relatos Cortos "Facultad de Ciencias" 2019.

P2.- Solución

a) Cuando el bloque de sopa congelada de volumen total $V = 500$ ml y masa $m = 480$ g flota en el agua, hay un equilibrio vertical entre el peso de la sopa, mg y el empuje E que ejerce el agua contra el bloque. Llamando ρ_o a la densidad del agua y V_s al volumen del bloque de sopa sumergido,

$$mg - E = 0 \quad \rightarrow \quad mg - \rho_o V_s g = 0 \quad \rightarrow \quad V_s = \frac{m}{\rho_o} = \frac{480 \text{ g}}{1 \text{ g/cm}^3} = 480 \text{ cm}^3$$

De modo que el volumen de sopa que queda por encima de la superficie, V' es

$$V' = V - V_s \quad \rightarrow \quad \boxed{V' = 20 \text{ cm}^3}$$

b) Al poner en contacto el bloque de sopa congelado con el agua a $T_i = 35$ ºC, se producirá un intercambio de calor entre ambos materiales. Se alcanzará el equilibrio cuando se igualen las temperaturas, de forma que el calor cedido por el agua será igual al calor absorbido por el bloque de sopa (suponiendo que no se pierde calor hacia el recipiente ni hacia el entorno). Si consideramos la sopa como una sustancia homogénea, el calor mínimo que debe absorber el bloque de sopa de masa m para fundirse completamente, quedando en estado líquido a $T_f = 0$ ºC, es

$$Q_{absorbido} = m \cdot L_f$$

donde L_f es el calor latente de fusión de la sopa. El calor cedido por la masa m_a de agua cuando pasa de T_i a T_f es

$$Q_{cedido} = m_a c_a (T_i - T_f)$$

Igualando ambos calores,

$$m \cdot L_f = m_a c_a (T_i - T_f) \quad \Rightarrow \quad L_f = \frac{m_a c_a (T_i - T_f)}{m}$$

La masa de agua añadida m_a se obtiene a partir del volumen de agua añadido, $V_a = 1$ litro, y de la densidad del agua, $\rho_o = 1 \text{ g/cm}^3$,

$$m_a = \rho_o V_a$$

Sustituyendo en la expresión de L_f, y calculando con todos los datos en unidades S.I., obtenemos el calor latente de fusión de la sopa,

$$L_f = \frac{\rho_o V_a c_a (T_i - T_f)}{m} \quad \rightarrow \quad \boxed{L_f = 3{,}05 \cdot 10^5 \text{ J/kg}}$$

c) Como hemos visto en el apartado anterior, el calor necesario para fundir el bloque de sopa de masa m es

$$Q_{absorbido} = m \cdot L_f$$

Este calor es el 75 % del aportado por la cocina, $Q_{aportado}$, de modo que

$$Q_{absorbido} = 0{,}75 Q_{aportado} \quad \rightarrow \quad Q_{aportado} = \frac{Q_{absorbido}}{0{,}75}$$

Como el calor lo produce una fuente de calor con potencia $P = 1{,}5$ kW, el tiempo que tardará en fundirse será

$$t = \frac{Q_{aportado}}{P} = \frac{m \cdot L_f}{0{,}75 P} \quad \rightarrow \quad \boxed{t = 130 \text{ s}}$$

d) Durante el tiempo *t'* = 4 min que calentamos la sopa, le aportamos

$$Q_{total} = 0,75 P \cdot t'$$

Dicho calor se emplea primero en fundir el bloque de sopa, y, una vez fundido, en calentar la sopa desde T_i = 0 ºC a T_f = 70 ºC,

$$Q_{total} = m \cdot L_f + m \cdot c_s \cdot (T_f - T_i)$$

Igualando ambas expresiones podemos despejar el calor específico de la sopa,

$$c_s = \frac{0,75 P \cdot t' - m \cdot L_f}{m \cdot (T_f - T_i)} \rightarrow \boxed{c_s = 3,68 \cdot 10^3 \ \text{J/kg} \cdot \text{K}}$$

e) En primer lugar debemos conocer la masa de sopa que introducimos en el tazón. Para ello, a partir de los datos de la sopa que había en un recipiente de volumen *V* = 500 ml obtenemos la densidad de la sopa,

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{480 \text{ g}}{500 \text{ cm}^3} = 0,96 \text{ g/cm}^3 = 960 \text{ kg/m}^3$$

Así, la masa de sopa que introducimos en el tazón de volumen V_t = 250 ml es

$$m_s = \rho \cdot V_t = 0,24 \text{ kg}$$

La sopa, a temperatura inicial $T_{s,i}$ = 70 ºC, cederá calor y el tazón, a temperatura $T_{t,i}$ = 20 ºC, lo absorberá. El equilibrio se alcanzará cuando ambos materiales estén a la temperatura final de equilibrio *T* = 60 ºC, de modo que

$$Q_{absorbido} = Q_{cedido}$$

$$m_t c_t (T - T_{t,i}) = m_s c_s (T_{s,i} - T)$$

De donde despejamos el calor específico del material del tazón, c_t

$$c_t = \frac{m_s c_s (T_{s,i} - T)}{m_t (T - T_{t,i})} \quad \rightarrow \quad \boxed{c_t = 1,47 \cdot 10^3 \ \text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}$$

P3.- Un péndulo eléctrico

Consideremos dos placas metálicas paralelas verticales que no se pueden mover (figura 1). Las placas están separadas por una distancia d, tienen una altura h y una superficie $A >> d^2$. El rozamiento del aire puede ser despreciado.

Una bola metálica de masa m y carga q está suspendida de un hilo unido a un soporte fijo. Cuando entre las placas no hay diferencia de potencial, la bola se encuentra en el centro de las placas, a una distancia $d/2$ de cada placa y a una altura $h/2$ por encima del fondo de las placas. La gravedad es g.

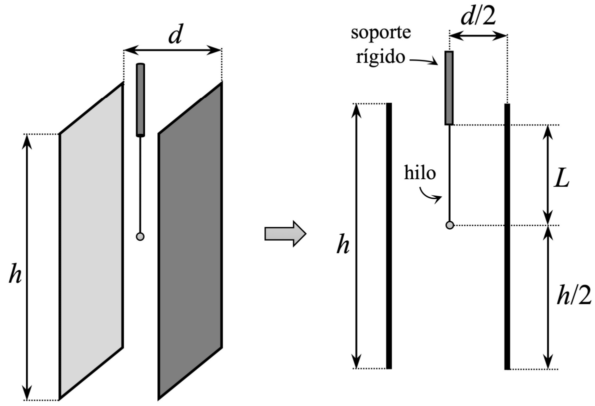

Fig. 1

Se aplica una diferencia de potencial V_o entre las placas, de forma que el hilo, cuando la bola alcance el equilibrio, formará un ángulo θ_o con la vertical.

a) Determina el ángulo θ_o en función de V_o, g, m, q y d.

Si V_o = 100 V; g = 9,8 m/s^2; M = 1,4·10^{-6} kg; q = 1,2·10^{-9} C; d = 0,050 m; L = 0,040 m;

b) calcula el valor numérico de θ_o.

Se puede considerar que la fuerza neta que ejercen el campo eléctrico y el gravitatorio sobre la bola actúa como un *peso aparente* que se expresa como el producto de la masa de la bola por un vector $\vec{g}_{ap}$, al que denominaremos *gravedad aparente*.

c) Determina analíticamente g_{ap} en función de V_o, g, m, q y d. Calcula su valor numérico.

Se desplaza ligeramente la bola metálica, de manera que el hilo forma un ángulo θ con la vertical un poco mayor que θ_o. Se libera la bola partiendo del reposo de modo que oscila alrededor de la posición de equilibrio con un periodo T'.

d) Determina y calcula la relación T'/T, donde T es el periodo que tendría el péndulo si no hubiese diferencia de potencial entre las placas.

Estando la diferencia de potencial V_o entre las placas conectada y la bola en su posición de equilibrio, se corta el hilo.

e) Determina y calcula la aceleración de la bola hasta que alcance el nivel inferior de las placas.

La altura de las placas es h = 20 cm.

f) Determina y calcula el valor máximo de la diferencia de potencial, V_{max}, que se podría aplicar entre las placas antes de que se corte el hilo para que, una vez cortado, la bola salga por la parte inferior de las mismas sin llegar a tocar ninguna de ellas.

P3.- Solución

a) Sobre la bola metálica cargada actúan las siguientes fuerzas: el peso $m\vec{g}$, la fuerza eléctrica $\vec{F}_e$ y la tensión del hilo, $\vec{F}_T$. El esquema de fuerzas se muestra en la figura 2. Cuando la bola se encuentra en equilibrio la suma de las fuerzas es cero, de modo que

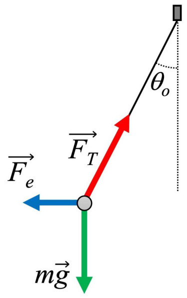

Fig. 2

$$m\vec{g} + \vec{F}_e + \vec{F}_T = 0$$

Siguiendo la figura 3, descomponemos las fuerzas en sus componentes horizontal *x*, y vertical *y*.

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow \quad F_T \operatorname{sen}\theta_o - F_e = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad \Rightarrow \quad F_T \cos\theta_o - mg = 0$$

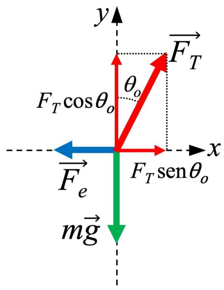

Fig. 3

El módulo de la fuerza eléctrica es

$$F_e = qE = q\frac{V_o}{d}$$

De modo que obtenemos el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} F_T \operatorname{sen}\theta_o = \dfrac{qV_o}{d} \\ F_T \cos\theta_o = mg \end{cases} \qquad (1)$$

Dividiendo la primera por la segunda obtenemos

$$tg\,\theta_o = \frac{qV_o}{mgd} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\theta_o = arctg\left(\frac{qV_o}{mgd}\right)}$$

b) Sustituyendo en la ecuación anterior,

$$\boxed{\theta_o = 10^{\circ}}$$

c) La fuerza neta $\vec{F}_R$ que ejercen el campo eléctrico y el gravitatorio sobre la bola será la suma de ambas fuerzas,

$$\vec{F}_R = \vec{F}_e + m\vec{g} = -q\frac{V_o}{d}\vec{i} - mg\vec{j} \qquad (2)$$

Consideramos la fuerza $\vec{F}_R$ como un peso aparente,

$$\vec{F}_R = m\vec{g}_{ap} \qquad (3)$$

El módulo de $\vec{F}_R$ viene determinado por

$$F_R = \sqrt{(mg)^2 + \left(\frac{qV_o}{d}\right)^2} = mg\sqrt{1 + \left(\frac{qV_o}{mgd}\right)^2}$$

Por otro lado,

$$F_R = mg_{ap} \qquad (3)$$

Igualando las dos expresiones anteriores,

$$\boxed{g_{ap} = g\sqrt{1 + \left(\frac{qV_o}{mgd}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{g_{ap} = 10 \text{ m/s}^2}$$

d) El periodo de oscilación de un péndulo sobre el que sólo actúa la aceleración de la gravedad es

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \ ,$$

mientras que el periodo del péndulo sobre el que actúa la gravedad aparente g_{ap} es

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g\sqrt{1+\left(\frac{qV_o}{Mgd}\right)^2}}} \ .$$

El cociente entre ambos es

$$\boxed{\frac{T'}{T} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{qV_o}{Mgd}\right)^2}}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{T'}{T} = 0,98}$$

e) Al cortar el hilo deja de actuar la tensión $\vec{T}$, por lo que la fuerza neta $\vec{F}_R$ que actuará sobre la bolita será la resultante del peso y la fuerza eléctrica, dada por la expresión (2),

Esta fuerza se mantiene constante mientras la bola esté entre las placas, por lo que producirá sobre la misma una aceleración que podemos obtener a partir de la Segunda Ley de Newton,

$$\vec{F}_R = m\vec{a} \qquad (4)$$

Comparando las expresiones 3 y 4, se deduce que la aceleración coincide con la g_{ap} calculada anteriormente

$$\boxed{a = g_{ap} = g\sqrt{1+\left(\frac{qV_o}{mgd}\right)^2}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{a = g_{ap} = 10 \text{ m/s}^2}$$

f) Después de cortarse el hilo, el movimiento de la bola será rectilíneo uniformemente acelerado en la dirección del hilo hasta salir del espacio entre las placas.

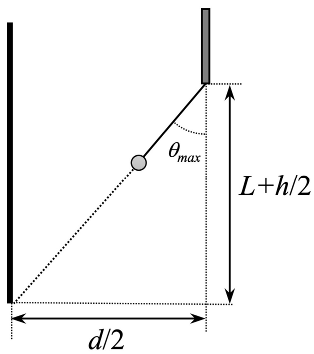

Fig. 4

Al aplicar una nueva diferencia de potencial entre las placas, se alcanzará el equilibrio para un nuevo ángulo del hilo que sujeta la bola con la vertical. El mayor ángulo admisible $\theta_{\max}$ para que la bola no choque con las placas al cortar el hilo viene determinado por el triángulo rectángulo que se muestra en la figura 4 (despreciando el tamaño de la bolita frente al resto de dimensiones del sistema), de modo que

$$\text{tg}\,\theta_{\max} = \frac{d/2}{L+h/2} \qquad (5)$$

Por otra parte, el ángulo $\theta_{\max}$ es el que forma la fuerza resultante del peso y la fuerza eléctrica cuando se aplica a las placas el voltaje máximo admisible $V_{\max}$, de modo que sustituyendo en la expresión (1) las incógnitas (θ_o, V_o) por (θ_{max}, V_{max}) se obtiene

$$tg\,\theta_{max} = \frac{qV_{max}}{mgd} \qquad (6)$$

Igualando los valores de $\operatorname{tg}\theta_{max}$ dados por las expresiones (5) y (6),

$$\frac{qV_{\max}}{mgd} = \frac{d/2}{L + h/2}$$

De donde podemos despejar V_{max},

$$\boxed{V_{max} = \frac{mgd^2}{q(2L+h)}} \quad \Rightarrow \quad \boxed{V_{max} = 102 \text{ V}}$$