



**Universidad
Zaragoza**



SEGUNDA PRUEBA

24 de febrero de 2012

INSTRUCCIONES

Esta prueba consiste en la resolución de un problema de tipo experimental

Razona siempre tus planteamientos

¡No olvides poner tus apellidos, nombre y datos del Centro en la primera hoja!



Subvenciona:



Problema experimental. Calibración de un reostato.

Un reostato es una resistencia variable, construida con un cable resistivo arrollado uniformemente en hélice sobre un soporte cilíndrico aislante. La figura 1.a es una fotografía de un reostato antiguo y en la figura 1.b se muestra su esquema. Los terminales del aparato, A y B, están respectivamente conectados a un extremo del bobinado y a un cursor deslizante, C, que hace contacto con el bobinado. Como es fácil comprender, la resistencia entre los terminales del reostato es directamente proporcional a la distancia, x , entre el comienzo del arrollamiento y el punto donde hace contacto el cursor, es decir $R(x) = K x$.

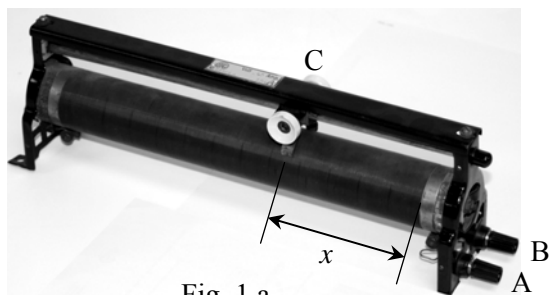


Fig. 1.a

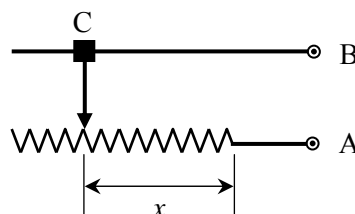


Fig. 1.b

Se desea realizar un calibrado de la dependencia $R(x)$ de un reostato, para lo que se dispone del siguiente material:

- Una regla para la medida de x .
- Una batería con f.e.m. $\varepsilon = 9,0 \text{ V}$ y resistencia interna $r = 0,5 \Omega$.
- Un amperímetro clásico de bobina móvil con escala hasta 100 mA (corriente máxima) y resistencia interna, R_A , desconocida.
- Un voltímetro digital con resistencia interna $R_V = 10 \text{ M}\Omega$.
- Una resistencia de valor nominal $R_0 = 100 \Omega$, con una tolerancia de fabricación del $\pm 1\%$.

En el laboratorio se monta el circuito de la figura 2 y, para una serie de valores de x , se toman las lecturas en el amperímetro y en el voltímetro, obteniéndose los valores recogidos en la Tabla I.

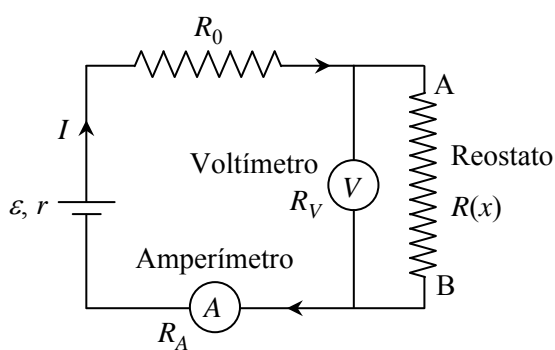


Fig. 2

Tabla I

x (cm)	I (mA)	V (V)
2,0	81	0,71
4,0	74	1,47
6,0	68	2,04
8,0	64	2,51
10,0	60	2,82
12,0	56	3,31
14,0	53	3,52
16,0	50	3,93
18,0	47	4,17
20,0	46	4,37

- a) A partir de la gráfica adecuada, determina la constante K de la recta de calibración $R(x) = K x$.
- b) Haz una estimación de la incertidumbre de esta constante, ΔK .
- c) Determina la resistencia interna del amperímetro, R_A .
- d) Haz una estimación de la incertidumbre de esta resistencia, ΔR_A .
- e) ¿Por qué es conveniente introducir la resistencia R_0 en el circuito de medida?

Solución problema experimental.- Calibración de un reostato.

- a) Podría pensarse que la resistencia R del reostato coincide con el cociente V/I , pero esto no es exacto. El voltímetro mide la caída de potencial en el reostato, V , y el amperímetro la corriente total I , suma de las que circulan por el reostato y el voltímetro, que están conectados en paralelo, $I = I_R + I_V$. Teniendo en cuenta además que la caída de potencial en ambos elementos es la misma, $V = R I_R = R_V I_V$, es fácil demostrar que el cociente V/I no es exactamente la resistencia del reostato, R , sino la resistencia equivalente del paralelo formado por reostato y voltímetro.

$$\frac{V}{I} = \frac{R R_V}{R + R_V}$$

En nuestro caso, $R_V = 10 \text{ M}\Omega$ mientras que el cociente V/I varía con x entre, aproximadamente, 10 y 100 Ω . Por tanto, $R \ll R_V$, de forma que, en muy buena aproximación,

$$R = \frac{V}{I}$$

En la cuarta columna de la tabla II se recogen los valores de R obtenidos para cada x a partir de los datos del enunciado. En la figura 3 se representan los valores de R frente a x . Se observa una dependencia lineal y que pasa por el origen, tal y como estaba previsto. La constante K de calibración del reostato es la pendiente de esta recta, que puede determinarse a partir de las coordenadas de un punto alejado del origen perteneciente a la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales, como el A en la figura 3.

$$K = \frac{y_A}{x_A} = \frac{93 \Omega}{19,2 \text{ cm}}$$

$$K = 4,844 \Omega/\text{cm}$$

Tabla II

x (cm)	I (mA)	V (V)	R (Ω)	R_A (Ω)
2	81	0,71	8,8	1,8
4	74	1,47	19,9	1,3
6	68	2,04	30,0	1,9
8	64	2,51	39,2	0,9
10	60	2,82	47,0	2,5
12	56	3,31	59,1	1,1
14	53	3,52	66,4	2,9
16	50	3,93	78,6	0,9
18	47	4,17	88,7	2,3
20	46	4,37	95,0	0,2

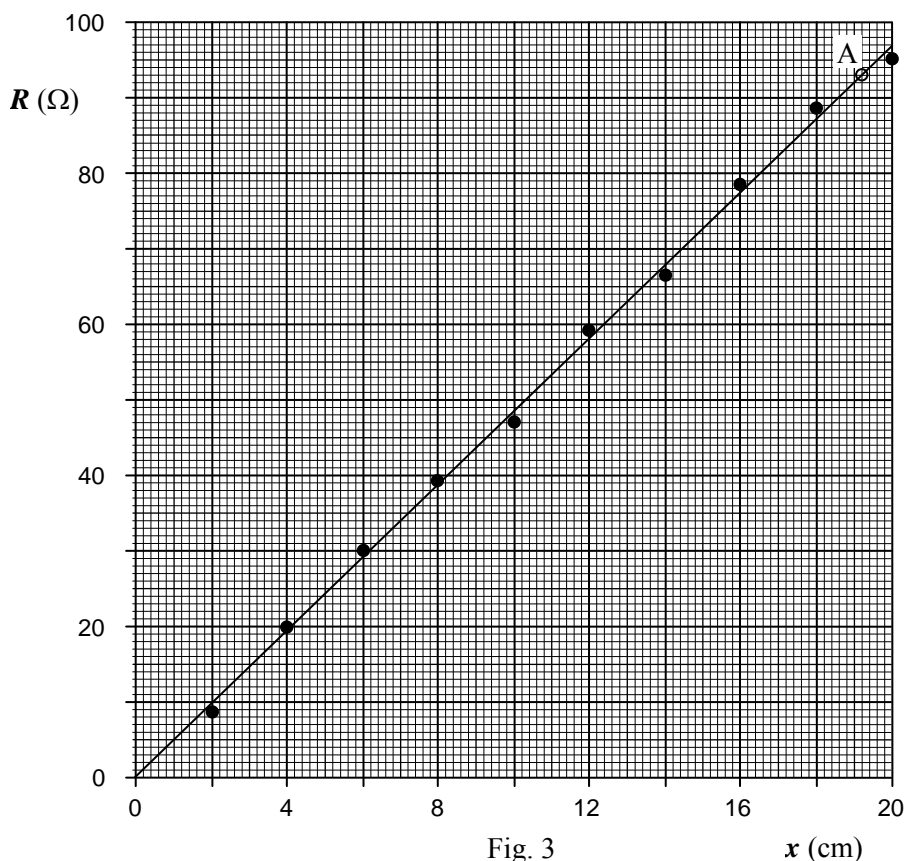


Fig. 3

- b) Puede hacerse una estimación de la incertidumbre de K a partir de las dos rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales, teniendo en cuenta la dispersión de dichos puntos respecto a la mejor recta. También sería conveniente tener en cuenta la incertidumbre de los propios puntos (barras de error), pero no se dispone de datos para poder hacer una estimación de esta incertidumbre.

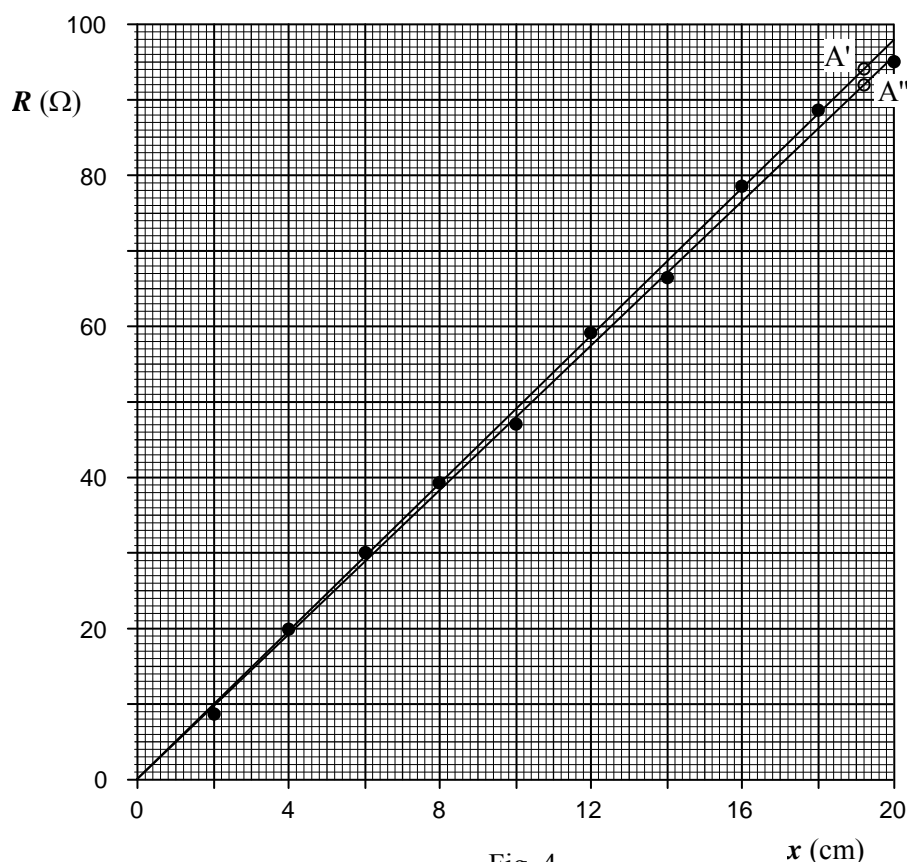


Fig. 4

A partir de las coordenadas de los puntos auxiliares A' y A'' de la figura 4, las pendientes de estas rectas y su incertidumbre son

$$\left. \begin{aligned} K_{\max} &= \frac{y_{A'}}{x_{A'}} = \frac{94 \Omega}{19,2 \text{ cm}} = 4,896 \Omega/\text{cm} \\ K_{\min} &= \frac{y_{A''}}{x_{A''}} = \frac{92 \Omega}{19,2 \text{ cm}} = 4,792 \Omega/\text{cm} \end{aligned} \right\} \Delta K = \frac{K_{\max} - K_{\min}}{2}, \quad \boxed{\Delta K = 0,05 \Omega/\text{cm}}$$

El resultado final de la calibración, expresado con el número adecuado de cifras significativas, es¹

$$K = (4,84 \pm 0,05) \Omega/\text{cm}$$

- c) Despreciando la influencia de la resistencia del voltímetro, la corriente que circula por el circuito es

$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_0 + R + R_A}$$

Por tanto, la resistencia interna del amperímetro puede calcularse, para cada valor de x , en la forma

$$R_A = \frac{\varepsilon}{I} - (r + R_0 + R) \quad (1)$$

¹ Un ajuste analítico empleando el método de *mínimos cuadrados* conduce a un resultado $K = (4,84 \pm 0,03) \Omega/\text{cm}$, con un nivel de confianza del 68%. Con $\Delta K = 0,07 \Omega/\text{cm}$ el nivel de confianza aumenta al 95 %.

Los valores de R_A que se obtienen a partir los datos del problema se recogen en la última columna de la tabla II. Se observa una dispersión aleatoria de valores, por lo que el valor más probable para R_A es la *media* de todos ellos, es decir el promedio de los $n = 10$ valores de R_A .

$$\bar{R}_A = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{A,i} \quad \boxed{R_A = 1,57 \Omega}$$

d) Para estimar la incertidumbre de R_A vamos de tener en cuenta dos fuentes de error:

i) Los errores cometidos en las diversas medidas de V e I (y por tanto también de R) para cada x , debidos principalmente a la resolución de los instrumentos empleados y a pequeños errores aleatorios (principalmente en el valor exacto de x). La influencia de estos errores aleatorios en la incertidumbre de R_A puede estimarse calculando el *error típico* de \bar{R}_A

$$\sigma(\bar{R}_A) = \left[\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (R_{A,i} - \bar{R}_A)^2 \right]^{1/2} = 0,3 \Omega$$

ii) Según se indica en el enunciado, la resistencia R_0 tiene un valor nominal de 100Ω , pero con una tolerancia de fabricación del $\pm 1\%$, es decir de $\pm 1 \Omega$. Observando (1), esta incertidumbre se transmite directamente al valor buscado de la resistencia interna del amperímetro, R_A .

Como estas dos fuentes de error en R_A son independientes, la incertidumbre del resultado es

$$\Delta R_A = \sqrt{0,3^2 + 1^2} \Omega \quad \boxed{\Delta R_A = 1,0 \Omega}$$

En total, la resistencia interna del amperímetro es

$$R_A = (1,6 \pm 1,0) \Omega$$

La incertidumbre relativa de R_A es muy alta, un $\pm 63\%$, lo que en la práctica invalida el resultado. Si se quisiera reducir ΔR_A , sería necesario, en primer lugar, conocer R_0 con menos incertidumbre, por ejemplo midiendo esta resistencia con un óhmetro de precisión.

e) Es fácil comprender que R_0 es una *resistencia de protección*, para limitar la corriente máxima que puede circular por el circuito. En particular, según se indica en el enunciado, la corriente máxima que puede medir el amperímetro es de 100 mA . Por tanto, como la batería tiene una f.e.m. $\varepsilon = 9,0 \text{ V}$, la resistencia mínima del circuito debería ser de 90Ω . Sin embargo, en ausencia de R_0 , la resistencia mínima correspondería a $x = 0$ y sería igual a $r + R_A \sim 2 \Omega$. La corriente sería entonces próxima a los 5 A , que no podría ser medida por el amperímetro pues sobrepasa con mucho su fondo de escala, y además supondría un grave riesgo para la "vida" del aparato.

Nota: La calidad del amperímetro empleado en estas medidas deja bastante que desear. Observando la tabla del enunciado, permite medir corrientes hasta 100 mA con una resolución de tan solo 1 mA , y además su resistencia interna parece superior a 1Ω , bastante mayor de lo habitual. Interesa que esta resistencia sea muy baja para que el instrumento no perturbe el circuito donde se conecta en serie para medir la corriente. El voltímetro parece de mejor calidad porque tiene una resolución relativa bastante superior y una resistencia interna muy alta. De esta forma, cuando se conecta en paralelo con un elemento del circuito, la corriente que se deriva por él es muy baja y no modifica apreciablemente el sistema.