36 Olimpiada

ESPAÑOLA DE FÍSICA

FASE DE ARAGÓN

2ª PRUEBA

12 de febrero de 2025

Problema experimental. La constante de Planck[1]

El año 2025 ha sido declarado por la UNESCO como el Año Internacional de la Ciencia y la Tecnología Cuánticas para conmemorar el centenario de la mecánica cuántica y difundir sus avances y aplicaciones a la sociedad. No obstante, los orígenes de la teoría cuántica se remontan a inicios del siglo XX, cuando Max Planck propuso que la radiación electromagnética se intercambia en forma de cuantos de energía, cuyo valor es proporcional a la frecuencia de la radiación. Sin embargo, Planck no consideraba estos cuantos como entidades físicas reales, sino como un recurso matemático. Fue Albert Einstein quien, en 1905, demostró la existencia de los cuantos de luz, llamados fotones, cuya energía está dada por la ecuación $E = hf$, donde f es la frecuencia de la onda electromagnética y h la *constante de Planck*, una constante física universal. Por otro lado, es importante recordar que la relación entre la frecuencia y la longitud de onda de la radiación electromagnética está dada por $c = \lambda f$, donde c es la velocidad de la luz.

En este problema experimental, se propone determinar el valor de la constante de Planck h mediante un dispositivo optoelectrónico llamado LED (*Light-Emitting Diode*).

Modelo teórico.

Los materiales semiconductores han desempeñado un papel fundamental en el desarrollo tecnológico debido a sus propiedades especiales en la conducción de la corriente eléctrica, debido a la distribución de los electrones en bandas de energía. Por una parte, se encuentra la banda de valencia, prácticamente ocupada por electrones, y, por otra parte, la banda de conducción, de mayor energía que la de valencia, que contiene muy pocos electrones, aunque estos pueden moverse libremente por ella, generando una corriente eléctrica cuando se aplica una diferencia de potencial.

Las propiedades de conducción de los semiconductores pueden modificarse enormemente con el llamado proceso de dopado, que consiste en introducir pequeñas cantidades de otros elementos químicos que tienen el efecto de modificar la cantidad de portadores de carga en las bandas. Si se añaden elementos capaces de suministrar electrones extra a la banda de conducción se tiene un semiconductor tipo N mientras que si los átomos añadidos son capaces de quedarse con electrones de la banda de valencia se tiene un semiconductor tipo P, dejando espacios libres llamados huecos. Por ejemplo, si se dopa silicio (el semiconductor más usado en la actualidad) con átomos de fósforo éste pasa a ser tipo N y si se dopa con átomos de boro pasa a ser tipo P.

Un LED es un dispositivo que se forma uniendo una región tipo P y una región tipo N de un semiconductor (figura 1). Al aplicar una diferencia de potencial V_0 lo suficientemente grande entre sus terminales se consigue que electrones de la banda de conducción de la región N pasen a la banda de conducción de la región P, generando una corriente eléctrica I, cuyo valor depende exponencialmente de la diferencia de potencial V entre P y N. Como en la banda de valencia de la zona P hay un exceso de huecos, electrones que pasan de la zona N pueden caer a dichas localizaciones, desexcitándose y emitiendo fotones de energía $E = hf$ en el proceso.

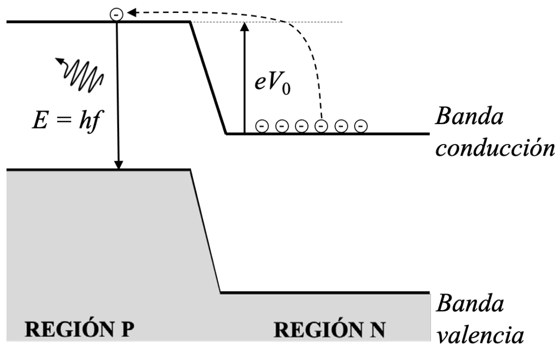


Figura 1

La diferencia de energía E entre las bandas de conducción y valencia tiene un valor propio y característico de cada semiconductor, lo que da lugar a LEDs que emiten luz en diferentes colores (es decir, en distintas longitudes de onda). Por otro lado, se puede demostrar que entre V_0 y E existe una relación dada por $E = eV_0 + C$, donde C depende de la temperatura y del dopado de las regiones N y P, aunque puede considerarse prácticamente constante. *De esta manera, determinando V_0 para LEDs de diferentes colores, se puede establecer la relación entre E y la frecuencia f, lo que permite calcular la constante de Planck.*

Montaje experimental.

En la figura 2 se muestra un esquema del dispositivo empleado. El LED está conectado a dos multímetros: uno para medir la corriente y otro para medir la diferencia de potencial a través de él. La pila proporciona una diferencia de potencial constante, pero, mediante un potenciómetro (una resistencia variable) conectado en paralelo con el LED, es posible ajustar V. Al medir I para distintos valores de V, se puede trazar la curva característica $I(V)$ del dispositivo, lo que permitirá determinar V_0.

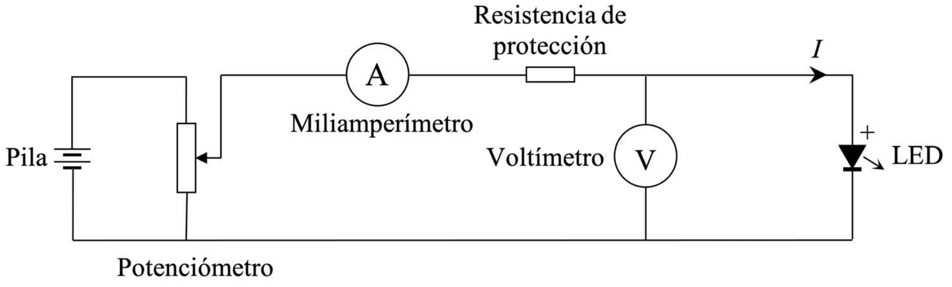


Figura 2

Preguntas.

En la siguiente tabla se recogen los valores de V_0 obtenidos para LEDs que utilizan diferentes materiales semiconductores.

LED	**λ (nm)**	**V_0 (V)**
Infrarrojo	938	0,84
Rojo extremo	730	1,28
Rojo	632	1,55
Amarillo	593	1,70
Verde	535	1,91
Azul	464	2,30
Violeta	405	2,58

a) Representa gráficamente en el papel milimetrado los puntos $(x, y) = (f,\ V_0)$.

b) Determina el valor de la pendiente p de la recta que mejor se ajusta a estos puntos.

c) A partir de la pendiente p deduce el valor de la constante de Planck, h.

d) Haz una estimación razonada de la incertidumbre Δp de la pendiente obtenida en el apartado b).

e) Teniendo en cuenta lo anterior, haz una estimación de la incertidumbre Δh en el valor de la constante de Planck que has obtenido en c).

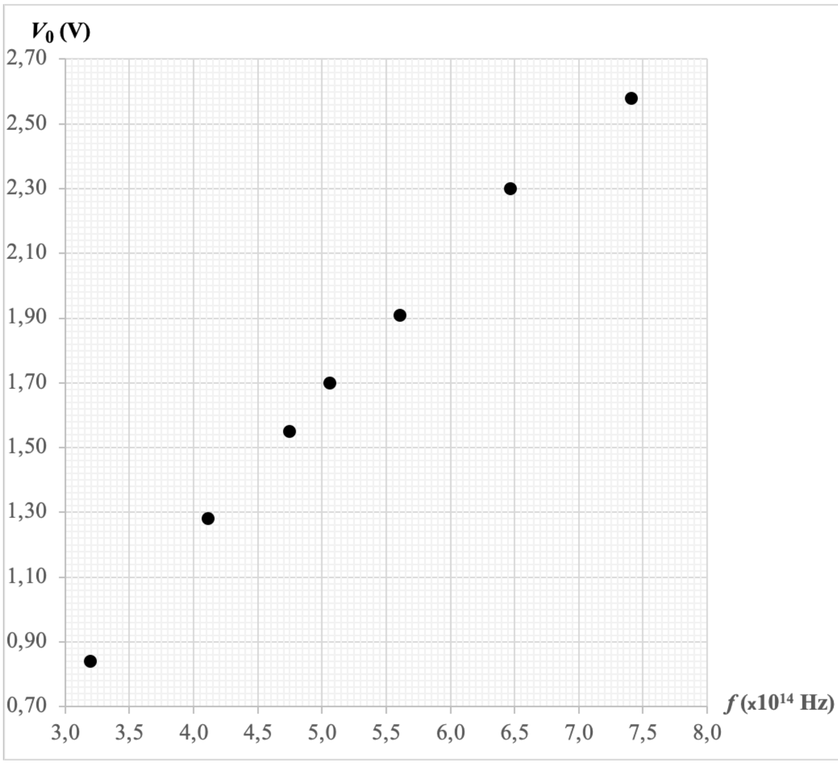
Datos: Carga del electrón, $e = 1{,}602 \times 10^{-19}$ C; velocidad de la luz en vacío, $c = 3 \times 10^{8}$ m/s.

[1] *Esta prueba está inspirada en la prueba experimental propuesta en la 23 Olimpiada Española de Física celebrada en Bilbao en 2012*

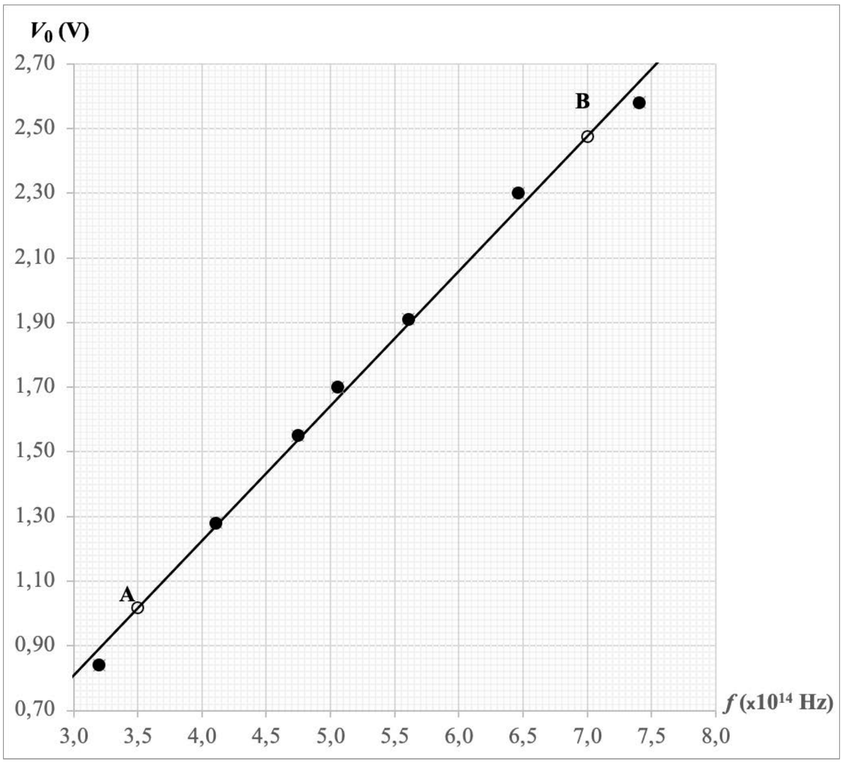
Problema experimental. Solución

a) A continuación, se presenta la tabla y la gráfica pedida, con el aspecto que tendría dibujada en papel milimetrado.

f (x10^{14} Hz)	V_0 (V)
3,20	0,84
4,11	1,28
4,75	1,55
5,06	1,70
5,61	1,91
6,47	2,30
7,41	2,58



b) Para determinar de forma "manual" la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales se busca la recta que pasa lo más cerca posible de todos ellos y de forma que queden igual de dispersos a cada lado.



Tomamos dos puntos auxiliares alejados sobre esta recta (no puntos experimentales), por ejemplo $A(3{,}5\times 10^{14};\, 1{,}02)$ y $B(7{,}0\times 10^{14};\, 2{,}48)$.

La pendiente de la recta es

$$\boxed{p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2{,}48 - 1{,}02}{(7{,}0 - 3{,}5)\times 10^{14}} = 4{,}17\times 10^{-15}\ \mathrm{V\cdot s}}.$$

Un ajuste analítico por el método de *mínimos cuadrados* conduce a un valor prácticamente igual.

c) A partir de las expresiones $E = hf$ y $E = eV_0 + C$ se establece la relación

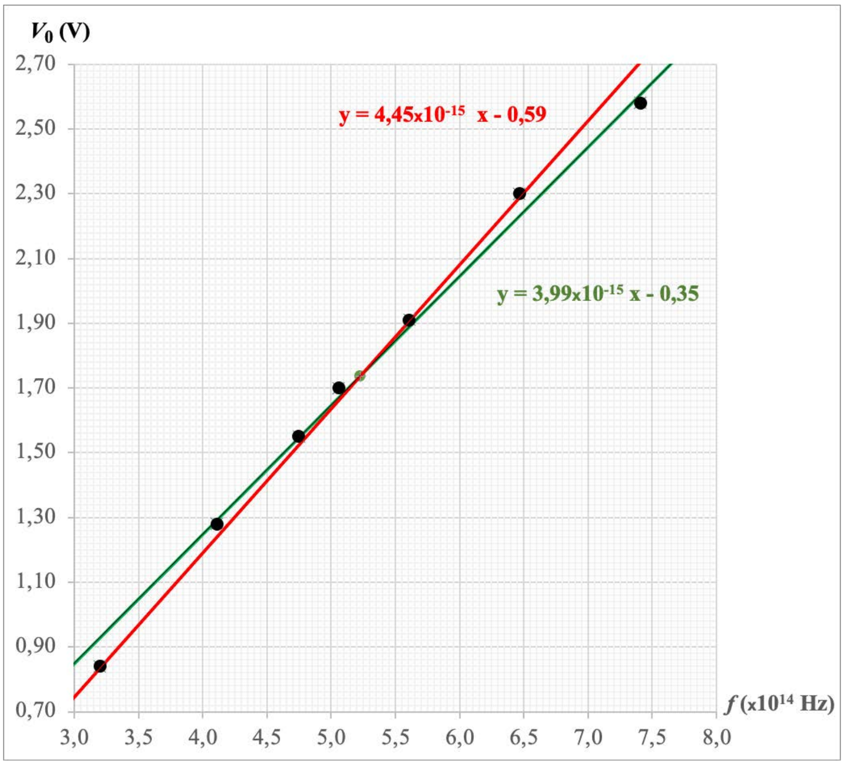
$$V_0 = \frac{h}{e} f - \frac{C}{e}.$$

De acuerdo con dicha expresión, se espera que la dependencia de V_0 con *f* sea lineal, con pendiente

$$p = \frac{h}{e} \quad \rightarrow \quad h = e\cdot p \quad \rightarrow \quad \boxed{h = 6{,}68\times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}.$$

Se puede observar cómo, prolongando la recta de ajuste, ésta cruzaría el eje de ordenadas en un valor negativo (-*C*/*e*), en concordancia con el modelo, a partir del cual se podría estimar el valor de *C*.

d) Para hacer una estimación de la incertidumbre Δp trazamos, de nuevo "a ojo", las rectas que pasando por el "centro" de los puntos, $(\bar{x},\bar{y}) = (5{,}23\times 10^{14};\ 1{,}74)$ y, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales.



La incertidumbre estimada de la pendiente, Δp, vendrá dada por

$$\Delta p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2} \quad \rightarrow \quad \boxed{\Delta p = \frac{(4{,}45 - 3{,}99)\times 10^{-15}}{2} = 0{,}2\times 10^{-15}\ \mathrm{V\cdot s}}.$$

Dado que sólo tenemos 7 puntos experimentales, la incertidumbre se da con una cifra significativa, de modo que la pendiente con su incertidumbre será

$$\boxed{p = (4{,}2 \pm 0{,}2)\times 10^{-15}\ \mathrm{V\cdot s}}.$$

e) Dado que la constante de Planck es proporcional a la pendiente *p*, su incertidumbre se puede obtener directamente como

$$\Delta h = e \cdot \Delta p \quad \rightarrow \quad \Delta h = 0{,}3 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s},$$

donde también hemos tenido en cuenta que, en este caso, la incertidumbre se da con una cifra significativa. Así, a partir de los datos del experimento, podemos concluir que

$$\boxed{h = (6{,}7 \pm 0{,}2) \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}.$$

El valor actualmente aceptado para la constante de Planck es $h = 6{,}62607015 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$, que queda dentro del intervalo determinado en el experimento.