



Real
Sociedad
Española de
Física

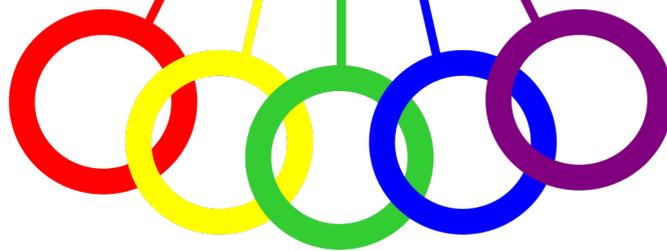


Universidad
Zaragoza

36 Olimpiada

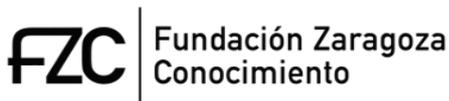
*ESPAÑOLA DE
FÍSICA*

FASE DE ARAGÓN



1ª PRUEBA

12 de febrero de 2025



Instituto Universitario de Investigación
en Ingeniería de Aragón
Universidad Zaragoza



P1. *Slingshot* gravitacional hacia Júpiter

Las maniobras gravitacionales, también conocidas como *slingshots*, son técnicas fundamentales en la exploración espacial que se utilizan para aumentar la velocidad de una nave sin necesidad de combustible adicional. Al pasar cerca de un planeta, una nave puede aprovechar la gravedad de este para ganar impulso y modificar su trayectoria, lo que le permite alcanzar su destino con mayor eficiencia energética.

Este tipo de maniobras ha sido utilizado en misiones espaciales como las de las sondas Voyager o Juice (*Jupiter Icy Moons Explorer*), y es esencial para viajar a destinos lejanos del Sistema Solar sin depender únicamente del combustible de la nave.

En este problema, consideramos una sonda espacial que se lanza desde la Tierra con la misión de llegar a Júpiter. Para ahorrar combustible, utiliza una maniobra de asistencia gravitacional al pasar cerca de Venus.

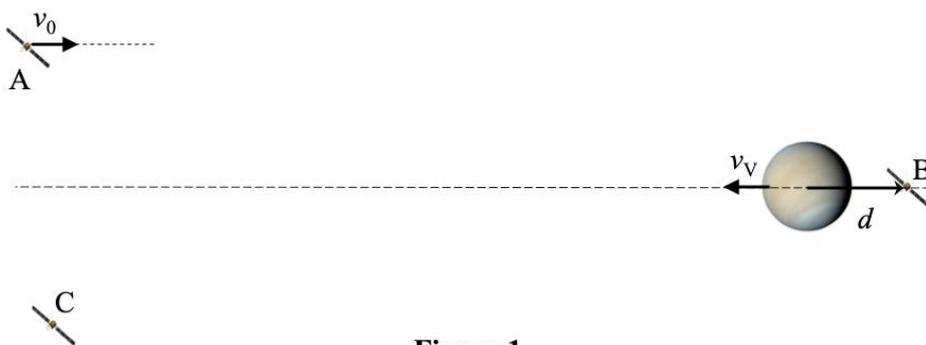


Figura 1

Supón que la sonda (masa m) inicia su movimiento hacia Venus en el punto A, con una velocidad v_0 con respecto al Sol. Considera también que Venus (masa M_V) orbita alrededor del Sol con una velocidad v_V y que la dirección de la velocidad inicial de la sonda respecto al Sol antes de la maniobra es la misma que la de Venus (ver Fig. 1). Sea d la distancia mínima al centro de Venus durante la maniobra de asistencia gravitacional.

- Determina la velocidad respecto a Venus que alcanza la sonda en los puntos A, B y C.
- Dibuja la trayectoria aproximada de la sonda en el marco de referencia de Venus durante la maniobra.

Después de la maniobra, la sonda obtiene una ganancia en su velocidad relativa al Sol debido a la “ayuda gravitacional” proporcionada por Venus y experimenta un cambio en la dirección de su trayectoria.

- Calcula la velocidad de la sonda respecto al Sol en el punto C.

Considera que, tras esta maniobra, la sonda sigue una trayectoria rectilínea hacia Júpiter, que se encuentra a una distancia d_{V-J} de Venus en ese momento.

- Calcula el tiempo de viaje de la sonda desde Venus hasta Júpiter. ¿Cuál es el porcentaje de reducción del tiempo de viaje gracias a la maniobra gravitacional en Venus?

Debido a la influencia gravitatoria del Sol y otros planetas, es realmente complicado que la sonda mantenga una trayectoria rectilínea. Considera que se detecta una desviación en su trayectoria hacia Júpiter y que, para corregir esta desviación, el sistema de propulsión realiza un ajuste que aplica un impulso perpendicular a la dirección actual de movimiento, proporcionando un incremento de velocidad lateral Δv .

- Calcula el cambio de energía cinética de la sonda debido a este impulso. Compara esta energía con la ganancia de energía cinética obtenida gracias a la maniobra gravitacional en Venus.

Considera que el impulso es realizado por un sistema de propulsión que utiliza un combustible químico (*propelente*) que proporciona 25 MJ/kg, con un rendimiento del 85% en la conversión de energía.

- f) Calcula la cantidad de combustible necesaria para lograr el incremento de velocidad lateral Δv .
 Compara con la cantidad de combustible que se habría necesitado para lograr el incremento de velocidad proporcionado por la maniobra de asistencia gravitacional.

Datos:

Constante de gravitación universal	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
Masa de la sonda	$m = 5000 \text{ kg}$
Velocidad inicial de la sonda con respecto al Sol	$v_0 = 10 \text{ km s}^{-1}$
Masa de Venus	$M_V = 4,87 \times 10^{24} \text{ kg}$
Distancia mínima al centro de Venus	$d = 1,10 \times 10^7 \text{ m}$
Velocidad de Venus con respecto al Sol	$v_V = 35 \text{ km s}^{-1}$
Distancia entre Venus y Júpiter	$d_{V-J} = 6,30 \times 10^{11} \text{ m}$
Incremento de velocidad lateral de la sonda	$\Delta v = 0,2 \text{ km s}^{-1}$

P1. Solución

- a) Antes de la maniobra, la sonda se aproxima a Venus con velocidad \vec{v}_0 con respecto al Sol. A su vez, Venus se aproxima a la sonda con velocidad \vec{v}_V con respecto al Sol. Por tanto, desde el punto de vista de Venus, la sonda se aproxima en el punto A con velocidad \vec{v}_A dada por

$$\vec{v}_A = \vec{v}_0 - \vec{v}_V \Rightarrow v_A = v_0 + v_V \Rightarrow \boxed{v_A = 45 \text{ km/s}} \quad (1)$$

Para calcular la velocidad de la sonda respecto de Venus en el punto B, v_B , utilizamos el principio de conservación de la energía mecánica. La sonda se acerca con velocidad v_A desde un punto muy alejado, donde su energía potencial es nula, por lo que:

$$E_{cA} = E_{cB} + E_{pB} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 - G\frac{M_V m}{d}, \quad (2)$$

de donde podemos despejar v_B ,

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + \frac{2GM_V}{d}} = \sqrt{(45 \times 10^3)^2 + \frac{2 \times 6,67 \times 10^{-11} \times 4,87 \times 10^{24}}{1,10 \times 10^7}} \Rightarrow \boxed{v_B = 45,7 \text{ km/s}}. \quad (3)$$

Tras la maniobra, cuando la sonda abandona el campo gravitatorio de Venus en el punto C, de nuevo se anula su energía potencial, por lo que la energía cinética vuelve a ser la que tenía antes de interactuar con Venus. Es decir, la velocidad de la sonda en C con respecto a Venus, v_C , es

$$v_C = v_A \Rightarrow \boxed{v_C = 45 \text{ km/s}} \quad (4)$$

- b) Dado que a distancia muy grande de Venus la sonda tiene velocidad, la energía mecánica es positiva, por lo que la sonda describirá una trayectoria con forma de hipérbola, como representa la figura 2. A una gran distancia de Venus las velocidades inicial y final serán paralelas y de sentidos contrarios, acercándose a Venus en el primer caso y alejándose de Venus en el segundo.



Figura 2

- c) Para calcular la velocidad inicial de la sonda con respecto a Venus, hemos sustraído vectorialmente la velocidad de Venus. Por tanto, para calcular la velocidad final de la sonda con respecto al Sol, debemos deshacer este cambio, sumando vectorialmente la velocidad de Venus. En este caso, tanto Venus como la sonda se mueven en el mismo sentido, por lo que el módulo de la velocidad final será la suma de ambas,

$$\vec{v}_f = \vec{v}_C + \vec{v}_V \Rightarrow v_f = v_C + v_V \Rightarrow \boxed{v_f = 80 \text{ km/s}} \quad (5)$$

- d) El tiempo de viaje desde Venus hasta Júpiter es

$$t_{\text{post-maniobra}} = \frac{d_{V-J}}{v_f} = \frac{6,3 \times 10^{11}}{80 \times 10^3} \Rightarrow \boxed{t_{\text{post-maniobra}} = 7,87 \times 10^6 \text{ s} = 91,1 \text{ días}} \quad (6)$$

Si, en lugar de la maniobra gravitacional, la sonda hubiera viajado con la velocidad inicial v_0 , el tiempo que habría tardado en llegar a Júpiter sería

$$t_{\text{sin maniobra}} = \frac{d_{V-J}}{v_0} = \frac{6,3 \times 10^{11}}{10 \times 10^3} \Rightarrow t_{\text{sin maniobra}} = 6,30 \times 10^6 \text{ s} = 729,2 \text{ días} \quad (7)$$

Por tanto, el porcentaje de reducción del tiempo de viaje gracias a la maniobra gravitacional en Venus es

$$\text{Reducción}(\%) = \left(1 - \frac{t_{\text{post-maniobra}}}{t_{\text{sin maniobra}}}\right) \times 100 \Rightarrow \boxed{\text{Reducción}(\%) = 87 \%} \quad (8)$$

- e) Como el incremento en velocidad Δv se produce en dirección perpendicular a la trayectoria de la sonda, el módulo del vector velocidad tras el ajuste propulsivo será

$$v^2 = v_f^2 + \Delta v^2 \quad (9)$$

de modo que el cambio de energía cinética en el ajuste es

$$\Delta E_c = \frac{1}{2} m \Delta v^2 = \frac{1}{2} 5000 \times (0,2 \times 10^3)^2 \Rightarrow \boxed{\Delta E_c = 1,00 \times 10^8 \text{ J}} \quad (10)$$

El cambio de energía cinética obtenido tras la maniobra gravitacional es

$$E_{cf} - E_{c0} = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} 5000 \times \left[(80 \times 10^3)^2 - (10 \times 10^3)^2 \right] \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{cf} - E_{c0} = 1,58 \times 10^{13} \text{ J}} \quad (11)$$

Por tanto, el ajuste propulsivo requiere apenas el 0,0006% de la energía cinética ganada por la maniobra gravitacional, lo que muestra que las maniobras gravitacionales son extraordinariamente eficientes en comparación con los ajustes realizados mediante propulsión.

- f) Para calcular la energía total que debe suministrar el combustible, se debe tener en cuenta que la energía total requerida es mayor que el cambio de energía cinética debido al rendimiento η del sistema de propulsión. La cantidad de combustible necesario será

$$m_{\text{combustible}} = \frac{\Delta E_c / \eta}{E_{\text{combustible}}} = \frac{1,00 \times 10^8 / 0,85}{25 \times 10^6} \Rightarrow \boxed{m_{\text{combustible}} = 4,71 \text{ kg}} \quad (12)$$

La cantidad de combustible necesaria para lograr el incremento de velocidad proporcionado por la maniobra de asistencia gravitacional hubiera sido

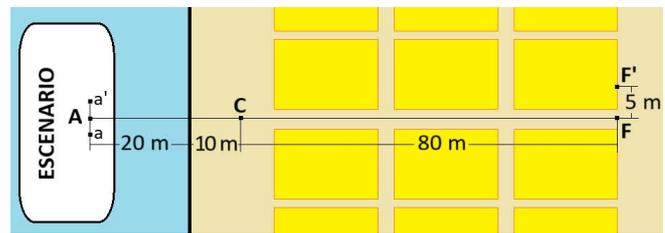
$$m'_{\text{combustible}} = \frac{(E_{cf} - E_{c0}) / \eta}{E_{\text{combustible}}} = \frac{1,58 \times 10^{13} / 0,85}{25 \times 10^6} \Rightarrow$$

$$\boxed{m'_{\text{combustible}} = 7,41 \times 10^5 \text{ kg} = 741 \text{ t}} \quad (13)$$

P2. Festival de verano.

El Festival Internacional de las Culturas o Pirineos Sur se celebra desde 1992 en la comarca oscense del Alto Gállego, concretamente en la localidad de Lanuza, perteneciente al municipio de Sallent de Gállego. En este festival el escenario es flotante sobre el pantano de Lanuza y el graderío se sitúa en la orilla del pantano.

Unos amigos que trabajaron en la organización de la pasada edición, conociendo tu gran interés por la física, quieren que les ayudes a entender cosas que les surgieron preparando los conciertos para que no les vuelvan a suceder. Para ello, hacen un esquema del escenario y las gradas. ¡Empecemos!



Una de las primeras tareas que hicieron fue sincronizar los equipos de sonido que hay en la zona de control (punto C) y al fondo de las gradas (punto F). Para ello, consideraron que la velocidad de propagación del sonido en el aire es $v = 340$ m/s.

a) Si el sonido se emite desde el punto A, ¿qué retardo hay en la recepción entre los puntos C y F?

Unos técnicos midieron ese retardo y no obtuvieron ese resultado. Al preguntarles por qué, les explicaron que la velocidad de propagación del sonido en un gas ideal depende de la temperatura absoluta con una expresión que incluye la constante de los gases ideales $R = 8,314$ J/mol·K, el coeficiente adiabático γ (adimensional) y la masa molar M del gas en kg/mol. El problema es que tus amigos no copiaron bien la dependencia y no saben cuál de las siguientes expresiones es la correcta:

$$i) v = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \frac{1}{\sqrt{T}} \quad ii) v = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \frac{1}{T} \quad iii) v = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \sqrt{T} \quad iv) v = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} T$$

b) Razona cuál es la expresión que les indicaron los técnicos.

c) La prueba se hizo a 25 °C y, para el aire, $\gamma = 1,4$ y $M = 28,97$ g/mol. ¿Qué retardo midieron los técnicos?

Para las primeras pruebas de sonido colocaron todos los altavoces, que en conjunto dan 10 kW de potencia de sonido, en el centro del escenario (punto A), pusieron una canción a toda potencia y midieron el nivel de intensidad sonora β en distintos puntos.

d) La primera medida la hicieron en el punto F. Suponiendo emisión semiesférica, ¿qué valor obtuvieron?

El siguiente punto en el que querían medir el nivel de intensidad sonora era el punto C, pero los técnicos les advirtieron que era mejor no acercarse tanto sin antes disminuir la potencia a la que emitían los altavoces.

e) ¿Les daban un buen consejo los técnicos? Justifica tu respuesta.

Para la siguiente prueba, tus amigos colocaron la mitad de los altavoces 2,5 m a la derecha del punto A y la otra mitad 2,5 m a su izquierda (puntos a y a'). En los preparativos, por error hicieron sonar un tono de una cierta frecuencia, de lo que fueron advertidos por unos técnicos que estaban trabajando en el punto F. Los técnicos se desplazaron hasta el punto F', donde dejaron de oír el sonido aunque el tono seguía sonando.

f) Explica por qué los técnicos oyeron el tono en F pero dejaron de oírlo al desplazarse a F'.

g) ¿De qué frecuencia era el tono que hicieron sonar por error?

Datos: Área de la esfera $S = 4\pi R^2$; mínima intensidad audible $I_0 = 10^{-12}$ W/m²; umbral del dolor $\beta_{\text{dolor}} = 120$ dB.

P2. Solución

- a) El sonido se emite desde el punto A y los frentes de onda se propagan con una velocidad constante $v = 340$ m/s en todas las direcciones. En particular, los puntos C y F están alineados con A y separados una distancia $d_{CF} = 80$ m, por lo que el retardo Δt entre ambos puntos es:

$$\Delta t = \frac{d_{CF}}{v} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 235 \text{ ms}} \quad (1)$$

- b) Utilizando el análisis dimensional podemos determinar cuál de las cuatro ecuaciones es la correcta. En el miembro de la izquierda de las cuatro aparece la velocidad. Sus dimensiones físicas son

$$[v] = \frac{[L]}{[T]} \quad (2)$$

En todos los casos en el miembro de la derecha existe un factor común cuyas dimensiones son

$$\left[\sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \right] = \frac{[L]}{[T][\Theta]^{1/2}} \quad (3)$$

donde $[\Theta]$ corresponde a las dimensiones de temperatura. Para que la fórmula sea dimensionalmente correcta, hay que multiplicarla por un elemento que tenga como dimensiones $[\Theta]^{1/2}$. Por tanto, la solución correcta es la *iii*),

$$v = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}} \sqrt{T} \quad (4)$$

- c) En el caso indicado, sustituyendo los valores dados en la expresión *iii*) se obtiene

$$v = 346 \text{ m/s} \quad (5)$$

Por lo tanto, el retardo que miden los técnicos es

$$\boxed{\Delta t = 231 \text{ ms}} \quad (6)$$

- d) La potencia P emitida por los altavoces se reparte de forma uniforme sobre una superficie semiesférica, es decir, igual a $2\pi R^2$, siendo R la distancia que existe entre el foco emisor y el punto de interés. De esta manera, el nivel de intensidad sonora medido en el punto F, que se sitúa a una distancia $d_{AF} = 110$ m de A es

$$\beta_F = 10 \log \frac{I_F}{I_0} = 10 \log \frac{P}{2\pi d_{AF}^2 I_0} \Rightarrow \beta_F = 111,2 \text{ dB} \quad (7)$$

- e) Manteniendo la emisión de 10 kW de potencia en A nuestros amigos se acercaron hasta el punto C, de modo que la distancia entre el foco emisor y el punto de interés se redujo a $d_{AC} = 30$ m, por lo que la intensidad habrá aumentado y consecuentemente el nivel de intensidad sonora también. El valor que se espera medir en C en estas condiciones es

$$\beta_C = 10 \log \frac{I_C}{I_0} = 10 \log \frac{P}{2\pi d_{AC}^2 I_0} \Rightarrow \beta_C = 122,5 \text{ dB} \quad (8)$$

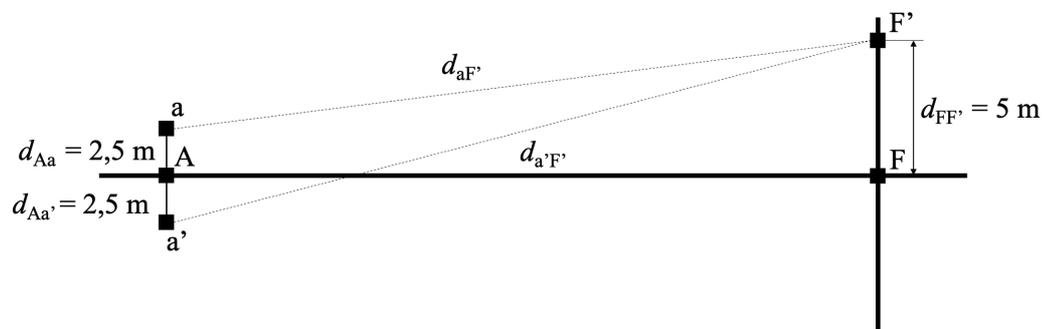
El valor de β_C excede los 120 dB que marcan el umbral del dolor. Por lo tanto, los técnicos les dieron un consejo acertado

- f) Al separar los altavoces en dos grupos situados a 2,5 m a ambos lados de A, se está creando una situación en la que se tienen dos emisores armónicos puntuales e idénticos separados entre sí una distancia $d = 5$ m. Cada uno de ellos emite ondas de la misma frecuencia y en fase que viajan por el espacio y que, al encontrarse, se superponen, produciéndose un fenómeno de interferencia.

Dicha interferencia puede ser constructiva si la diferencia de caminos recorridos por las ondas al superponerse es igual a un múltiplo entero de la longitud de onda λ , y destructiva si la diferencia de caminos es igual a un múltiplo entero de la longitud de onda más media longitud de onda (o de forma equivalente igual a un múltiplo impar de media longitud de onda).

Por lo tanto, el hecho de que los técnicos escuchasen el tono al estar situados en F y no lo escuchasen al estar situados en F' se debe a que en F se produce una interferencia constructiva (la diferencia de caminos entre ambas ondas es cero) y en F' se produce una interferencia destructiva.

- g) Si los técnicos al desplazarse en paralelo al fondo de las gradas dejan de escuchar (por primera vez) el tono en F', este punto corresponde al primer mínimo de interferencia.



Si los dos emisores están a distancia $d_{Aa} = d_{Aa'} = 2,5$ m de A, tal y como se muestra en la figura, su distancia con respecto al punto F' es

$$d_{aF'} = \sqrt{d_{AF}^2 + (d_{FF'} - d_{Aa})^2} \quad (9)$$

$$d_{a'F'} = \sqrt{d_{AF}^2 + (d_{FF'} + d_{Aa'})^2} \quad (10)$$

Por lo tanto, la diferencia de caminos recorrida por las dos ondas, Δr , es

$$\Delta r = |d_{a'F'} - d_{aF'}| \quad (11)$$

En el punto F' se produce el primer mínimo de interferencia, por lo que la diferencia de caminos debe ser igual a media longitud de onda,

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2} \quad (12)$$

Para una onda la relación entre longitud de onda λ , frecuencia f y velocidad de propagación v es

$$v = \lambda f \quad (13)$$

Combinando las ecuaciones (9) a (13) se puede obtener la expresión de la frecuencia de emisión de la onda que produce en F' el primer mínimo de interferencia,

$$f = \frac{v}{2 \left[\sqrt{d_{AF}^2 + (d_{FF'} + d_{Aa'})^2} - \sqrt{d_{AF}^2 + (d_{FF'} - d_{Aa})^2} \right]} \Rightarrow \boxed{f = 762,2 \text{ Hz}}$$

P3. Líneas de campo electrostático¹

Un campo electrostático puede representarse gráficamente mediante sus *líneas de fuerza* (o *de campo*). El número de líneas que “nacen” o “mueren” en una carga es proporcional a la magnitud de dicha carga. (La expresión matemática de esta idea constituye el *teorema de Gauss*). El campo eléctrico en cada punto es tangente a la línea de fuerza que pasa por dicho punto, y su intensidad es proporcional a la densidad de líneas (número de líneas por unidad de superficie) que hay en su entorno.

En la figura 1 se muestran las líneas de fuerza que describen el campo electrostático generado por dos cargas puntuales, q_1 y q_2 , separadas una distancia d .

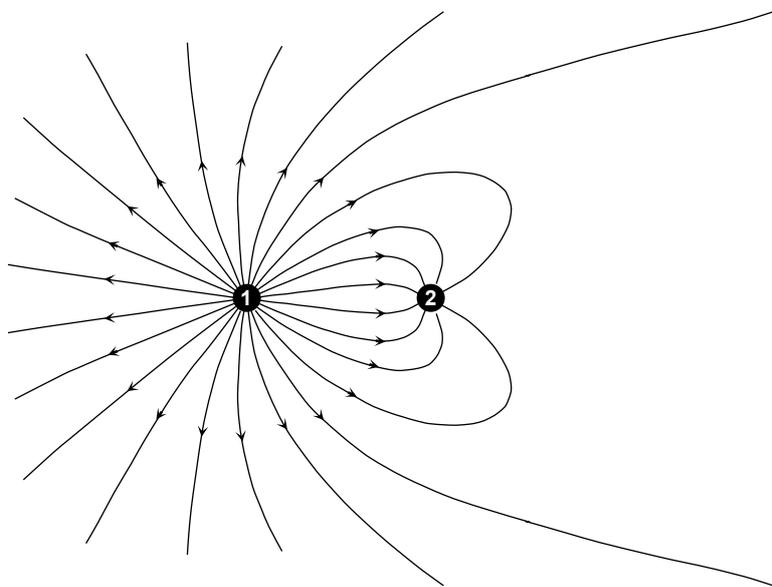


Figura 1

- Justifica de qué signo es cada una de las cargas.
- ¿Cuál es su magnitud relativa, q_1 / q_2 ?
- Razona, con la mayor precisión posible, en qué punto o puntos del plano de la figura 1 el campo electrostático \vec{E} creado por ambas cargas es nulo.
- Determina en qué punto o puntos del plano de dicha figura es nulo el potencial electrostático creado por las dos cargas.

Considera ahora la distribución de cargas puntuales representada en la figura 2, con $Q_1 = 6 \mu\text{C}$, $Q_2 = -2 \mu\text{C}$ y $d = 4 \text{ cm}$.

- Calcula el potencial electrostático, V , y el campo eléctrico, \vec{E} , en el punto A de la figura, situado a 3 cm de Q_1 y a 1 cm de Q_2 .
- Dibuja las líneas de fuerza para esta distribución de cargas.

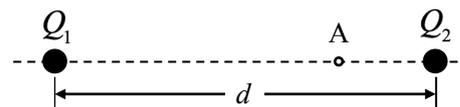


Figura 2

$$\text{Dato: } K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

¹ Este problema se propuso en la Fase de Aragón de la 21 Olimpiada de Física (2010) y está inspirado en uno de los propuestos en la II OlbF de Oaxtepec (México) en 1997.

Solución P3

- a) Las líneas de campo “nacen” en las cargas positivas (o en el infinito) y “mueren” en las cargas negativas (o en el infinito). A la vista de la figura 1, deducimos que la carga q_1 es positiva y la q_2 negativa.
- b) El número de líneas de campo que nacen o mueren en una carga es proporcional a la magnitud de dicha carga. En la figura 1, vemos que salen 24 líneas de q_1 y llegan 8 a q_2 . Por tanto,

$$\boxed{\frac{q_1}{q_2} = -3} \quad (1)$$

- c) Para que el campo total $\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ creado por ambas cargas sea nulo ha de cumplirse que, o bien $E_1 = E_2 = 0$, lo que ocurre en puntos infinitamente alejados de las cargas, o bien $\vec{E}_1 = -\vec{E}_2$. En este último caso ambos vectores tienen el mismo módulo, la misma dirección y sentidos opuestos. Por tanto, como $q_1 > |q_2|$, \vec{E} sólo puede anularse en un punto como el P de la figura 3, alineado con las cargas y más lejano de 1 que de 2. La igualdad de módulos de los dos campos exige que

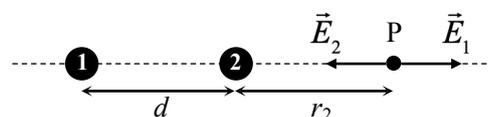


Figura 3

$$K \frac{q_1}{r_1^2} = K \frac{|q_2|}{r_2^2} \quad \rightarrow \quad \frac{3}{(d+r_2)^2} = \frac{1}{r_2^2}$$

Operando, se obtiene que la distancia r_2 entre q_2 y P es

$$\boxed{r_2 = \frac{1+\sqrt{3}}{2}d = 1,366d}$$

- d) Para que el potencial total $V_t = V_1 + V_2$ creado por ambas sea nulo ha de cumplirse que, o bien $V_1 = V_2 = 0$, lo que ocurre en puntos infinitamente alejados de las cargas, o bien $V_1 = -V_2$.

Teniendo en cuenta (1) y con la notación de la figura 4, para que el potencial en el punto P(x, y) sea nulo se debe cumplir que

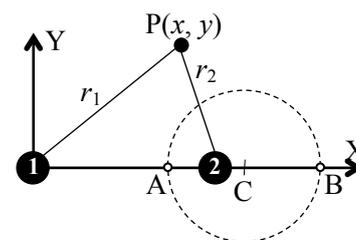


Figura 4

$$K \frac{q_1}{r_1} = K \frac{|q_2|}{r_2} \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{\sqrt{(d-x)^2 + y^2}}$$

Elevando al cuadrado y desarrollando se llega a la expresión

$$\left(x - \frac{9}{8}d\right)^2 + y^2 = \left(\frac{3}{8}d\right)^2$$

que es la ecuación de una circunferencia con centro $C\left(\frac{9d}{8}, 0\right)$ y radio $R = \frac{3d}{8}$.

En particular, hay dos puntos alineados con las cargas en los que el potencial es nulo (puntos A y B en la figura 4), situados respecto a q_1 en

$$x_A = \frac{9d}{8} - \frac{3d}{8} = \frac{3d}{4} \quad \text{y} \quad x_B = \frac{9d}{8} + \frac{3d}{8} = \frac{3d}{2}$$

- e) Nótese que, con los datos numéricos de este apartado, $Q_1 / Q_2 = -3$, de forma que seguimos con la misma distribución electrostática de los apartados anteriores. En particular, el punto A indicado en el enunciado está situado a una distancia $x_A = 3 \text{ cm} = 3d / 4$ de Q_1 , en el que acabamos de ver que el potencial es nulo. Esto puede comprobarse numéricamente de forma inmediata

$$V_t = V_1 + V_2 = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{6 \cdot 10^{-6}}{3 \cdot 10^{-2}} + \frac{-2 \cdot 10^{-6}}{10^{-2}} \right) = 0$$

El campo electrostático creado por las dos cargas en A es

$$\vec{E}_t = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

Los vectores \vec{E}_1 y \vec{E}_2 tienen la misma dirección y sentido por lo que \vec{E}_t se dirige de la carga positiva hacia la negativa (ver figura 5). Su módulo es

$$E_t = E_1 + E_2 = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{6 \cdot 10^{-6}}{9 \cdot 10^{-4}} + \frac{2 \cdot 10^{-6}}{10^{-4}} \right) = 2,4 \cdot 10^8 \text{ N/C}$$

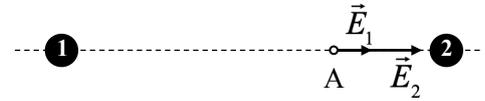


Figura 5

- f) Las líneas de fuerza creadas por estas dos cargas puntuales son las de la figura 1 del enunciado.