XXIV Olimpiada Española de Física

Fase de Aragón

2ª PRUEBA

1 de marzo de 2013

INSTRUCCIONES

Esta prueba consiste en la resolución de un problema de tipo experimental
Razona siempre tus planteamientos

¡No olvides poner tus apellidos, nombre y datos del Centro en el cuadro siguiente!

APELLIDOS Y NOMBRE:...

CENTRO:..

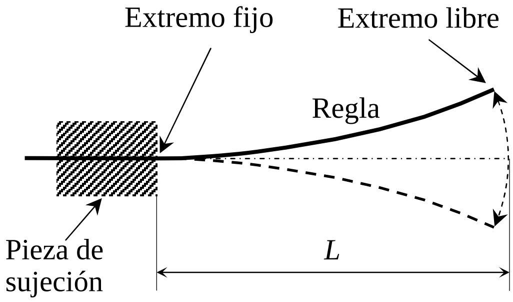
LOCALIDAD:...

Subvenciona:

PROBLEMA EXPERIMENTAL. **Estudio de la vibración transversal de una regla metálica[1].**

Fundamento teórico.

En este experimento se van a estudiar las oscilaciones transversales de una regla metálica en función de su longitud libre, L. En particular se estudiará el modo fundamental de vibración, con un nodo en el extremo fijo y un único antinodo (vientre) en el extremo libre, como se esquematiza en la figura adjunta.



Se espera que la frecuencia de vibración de la regla, f, dependa de su longitud en la forma

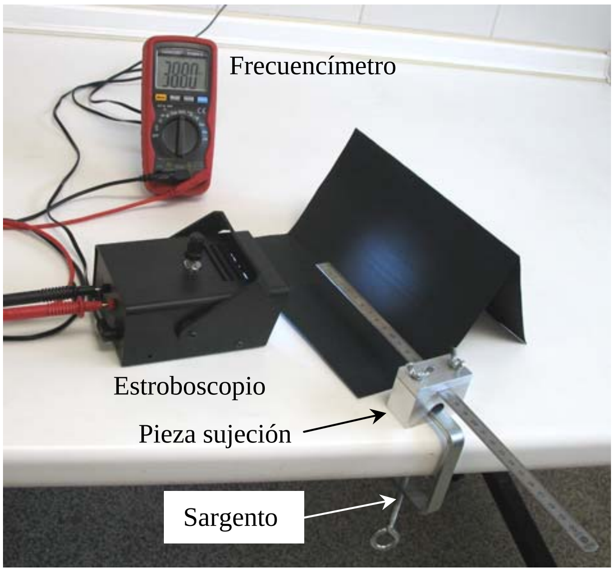
$$f = K\,L^{n}\,, \qquad (1)$$

donde n es un número entero y K es una constante que depende del material y de las dimensiones transversales de la regla.

El objetivo de esta prueba es determinar los valores de n y K, midiendo f en función de L.

Procedimiento experimental

Una pieza metálica permite sujetar la regla con una longitud libre ajustable, L. El conjunto se sujeta a la mesa con un “sargento”, como se indica en la fotografía adjunta.



La oscilación de la regla es demasiado rápida para poder cronometrar manualmente su periodo. Para medir la frecuencia de oscilación se recurre a un sistema de iluminación *estroboscópica*: una fuente de luz emite pulsos luminosos periódicos muy breves, con una frecuencia, F, que se puede modificar. Cuando la frecuencia del estroboscopio coincida con la frecuencia de oscilación de la regla, es decir $F = f$, los sucesivos pulsos iluminarán la regla pasando por la misma posición, de forma que la regla se verá aparentemente en reposo.

Para una serie de longitudes L de la regla, se ajusta la frecuencia F del estroboscopio hasta conseguir que la regla vibrante se vea aparentemente quieta, y esta frecuencia de iluminación se mide con un frecuencímetro. En la siguiente tabla se presentan los resultados obtenidos, suponiendo $f = F$:

L (m)	0,100	0,110	0,120	0,130	0,140	0,150	0,160	0,170	0,180	0,190	0,200	0,210	0,220
f (Hz)	41,03	35,31	29,48	24,27	21,32	9,51	16,05	14,72	12,94	11,85	10,43	9,31	8,60

[1] Este problema experimental está inspirado en una de las pruebas planteadas en la XVII Olimpiada Iberoamericana de Física, celebrada en Granada en septiembre de 2012.

Cuestiones.

a) El valor de f presentado en la tabla para L = 0,150 m es claramente erróneo, pues se aleja de la tónica que siguen las demás medidas. Piensa y explica cuál puede ser la causa del error, y corrige adecuadamente ese valor de f. Si no encuentras una solución lógica al problema, desecha la medida y sigue adelante.

b) A partir de las medidas indicadas en la tabla, con la gráfica y el ajuste que consideres oportunos, deduce el valor del exponente n en la ecuación (1). Recuerda que n debe ser un número entero.

Ayuda: tomando logaritmos en (1) obtendrás una relación lineal entre los logaritmos de f y de L.

c) Determina el valor de la constante K de la regla.

d) Haz una estimación de la incertidumbre (margen de error) de esta constante, ΔK.

Problema experimental. Solución

a) Promediando las frecuencias medidas con L = 14 cm y L = 16 cm se obtiene un valor de 18,7 Hz. Es de esperar que la frecuencia para L = 15 cm no esté muy alejada de este valor, que es prácticamente el doble del que aparece en la tabla. Con esta evidencia de partida es fácil comprender que, en este caso, el estroboscopio estaba iluminando con una frecuencia $F = f/2$, de forma que la regla realizaba dos oscilaciones completas entre dos destellos consecutivos y también se observaba aparentemente quieta. En conclusión, para esta longitud

$$f = 2F = 19{,}02 \text{ Hz}$$

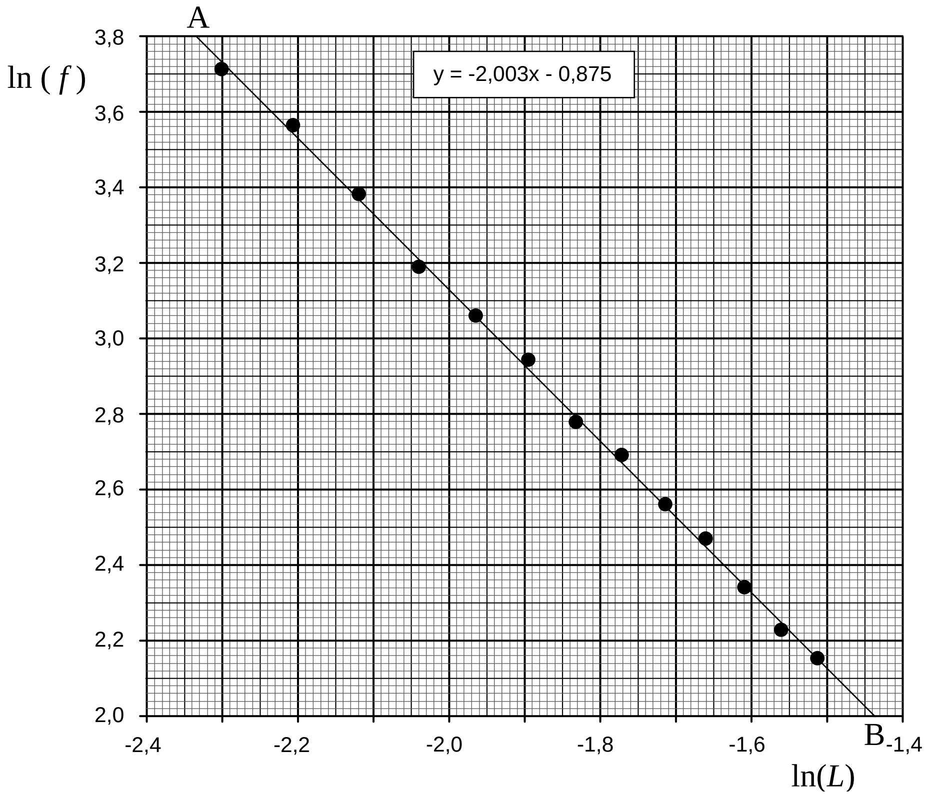
b) Al tomar logaritmos (por ejemplo neperianos) en la ecuación (1) del enunciado se obtiene

$$\ln(f) = \ln(K) + n\ln(L) \qquad (2)$$

Por tanto, se espera una dependencia lineal entre $\ln(f)$ y $\ln(L)$ con pendiente n y ordenada en el origen $\ln(K)$. En la siguiente tabla se recogen los logaritmos de L y f de nuestros datos, junto con los valores de $1/L^2$, que se necesitarán más adelante.

***L* (m)**	0,100	0,110	0,120	0,130	0,140	0,150	0,160	0,170	0,180	0,190	0,200	0,210	0,220
***f* (Hz)**	41,03	35,31	29,48	24,27	21,32	19,02	16,05	14,72	12,94	11,85	10,43	9,31	8,60
ln(*L*)	-2,303	-2,207	-2,120	-2,040	-1,966	-1,897	-1,833	-1,772	-1,715	-1,661	-1,609	-1,561	-1,514
ln(*f*)	3,714	3,564	3,384	3,189	3,060	2,945	2,776	2,689	2,560	2,472	2,345	2,231	2,152
$1/L^2$ (m^{-2})	100,00	82,64	69,44	59,17	51,02	44,44	39,06	34,60	30,86	27,70	25,00	22,68	20,66

La n buscada es la pendiente de una gráfica de $\ln(f)$ frente a $\ln(L)$. A continuación se presenta esta gráfica, con un aspecto similar al que tendría dibujada en papel milimetrado (a pequeña escala).



La pendiente de la recta puede obtenerse trazando la recta que mejor se ajusta a los puntos experimentales y tomando sobre ella dos puntos auxiliares alejados, como por ejemplo los puntos A y B indicados (extremos de la recta representada), de coordenadas

$$\left.\begin{array}{l}(x_A\,;\,y_A)=(-2{,}333;\,3{,}80)\\ (x_B\,;\,y_B)=(-1{,}437;\,2{,}00)\end{array}\right\} \quad\Rightarrow\quad p=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-2{,}009$$

Empleando el método de mínimos cuadrados se obtiene un resultado muy similar, p = –2,003. En cualquier caso se obtiene una pendiente muy próxima a –2, por lo que el exponente entero buscado es

$$\boxed{n=-2}$$

En conclusión, la dependencia entre f y L es de la forma

$$f=\frac{K}{L^2} \qquad (3)$$

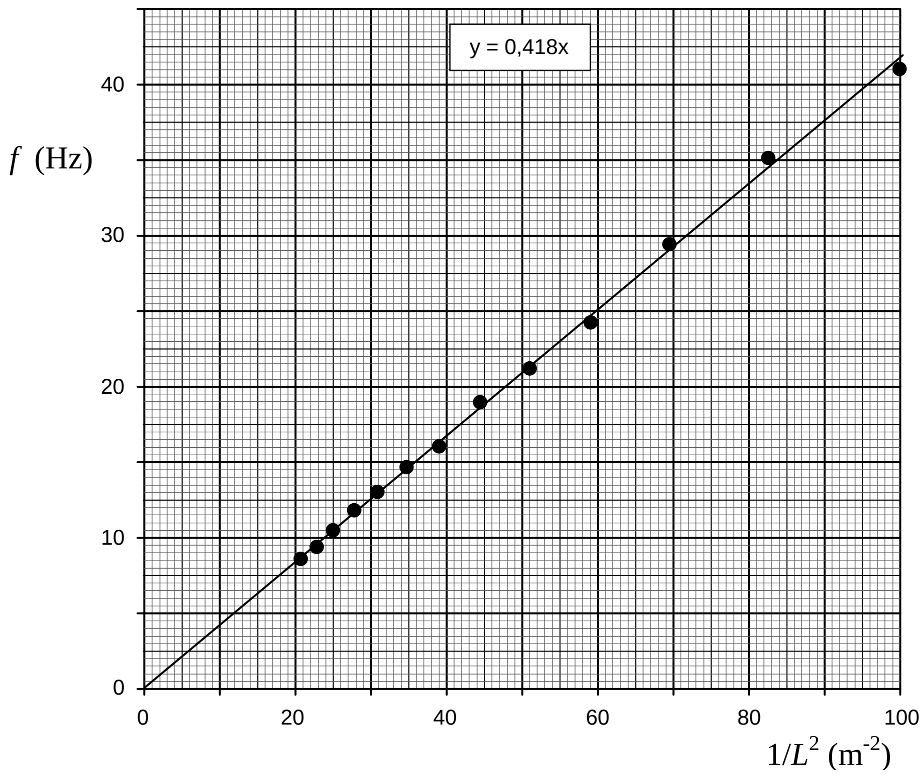
c) El valor de la constante K puede obtenerse a partir de la ordenada en el origen del ajuste anterior, que, de acuerdo con (2), es ln(K). En este caso la ordenada en el origen no puede leerse directamente en la gráfica, pero puede deducirse de la pendiente ajustada y de las coordenadas de un punto auxiliar, por ejemplo el A

$$y_A=\ln(K)+p\,x_A \quad\Rightarrow\quad \ln(K) = -0{,}887 \quad\Rightarrow\quad \boxed{K=0{,}412\ \mathrm{m^2\,s^{-1}}}$$

Este resultado procede de un ajuste con n próximo a –2, pero no exactamente igual a este valor, de forma que el valor de K que se obtiene podría arrastrar una pequeña desviación.

Sería más exacto volver al modelo teórico planteado en el enunciado con n = –2, es decir asumir la dependencia (3), de forma que K es la pendiente de f frente a $1/L^2$. En la siguiente gráfica se comprueba que los correspondientes puntos experimentales se ajustan muy bien a una línea recta que pasa por el origen, con pendiente

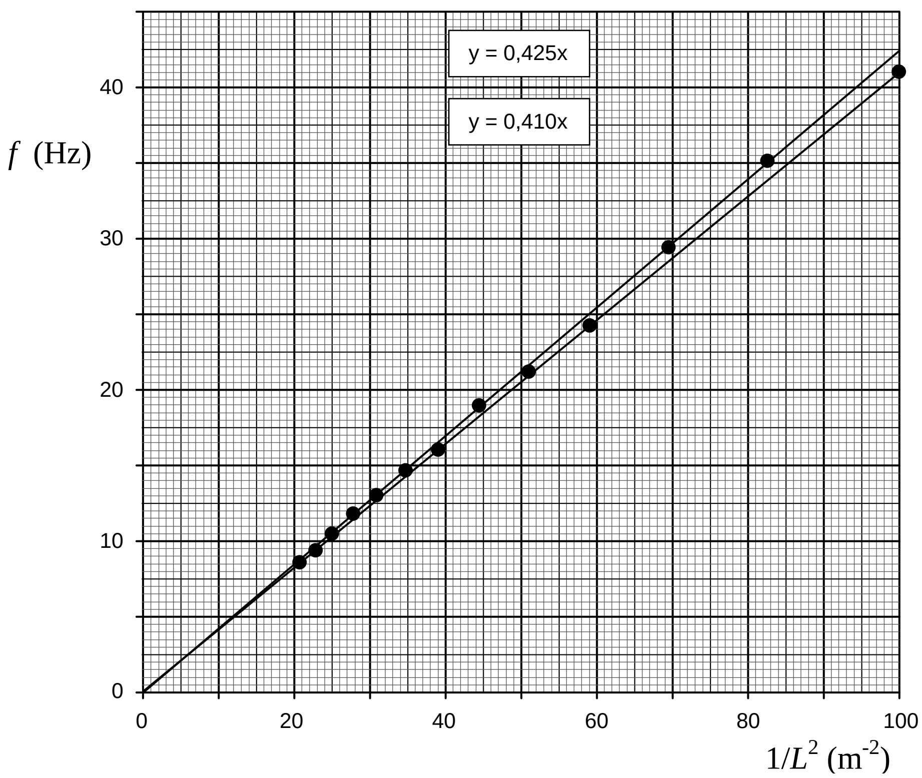
$$\boxed{K=0{,}418\ \mathrm{m^2\,s^{-1}}}$$



d) La incertidumbre de esta constante, ΔK, podría obtenerse trabajando con la gráfica de ln(f) frente a ln(L): se trazan las dos rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales, se obtienen sus pendientes y ordenadas en el origen con el mismo método del apartado anterior y se deducen los correspondientes valores máximo y mínimo de K. La incertidumbre buscada es

$$\Delta K = \frac{K_{\max} - K_{\min}}{2}$$

Pero es más directo (y exacto) trabajar con la gráfica de f frente a $1/L^2$, pues ΔK coincide con la incertidumbre de su pendiente. Los valores máximo y mínimo de esta pendiente pueden estimarse en la siguiente gráfica:



Se obtiene por fin

$$\boxed{\Delta K = 0{,}008\,\mathrm{m}^2\,\mathrm{s}^{-1}}$$