Facultad de Ciencias
Universidad Zaragoza

Real Sociedad Española de Física
R.S.E.F.

Universidad Zaragoza
1542

27 Olimpiada
ESPAÑOLA DE FÍSICA

FASE DE ARAGÓN

2ª PRUEBA

26 de febrero de 2016

cofis
Colegio Oficial de Físicos

iberCaja
Obra Social

GOBIERNO DE ARAGON
Departamento de Educación, Cultura y Deporte

Problema experimental. Calibrado de un termistor.

Como bien sabes, un *termómetro* es un dispositivo que permite medir la temperatura. Los termómetros clásicos se basan en el fenómeno de dilatación térmica de un líquido (mercurio o alcohol) que, al aumentar la temperatura, asciende por una columna adecuadamente graduada, es decir, calibrada.

Los *termistores* son dispositivos cuya resistencia eléctrica, R, varía con la temperatura, T. Si se conoce la dependencia $R(T)$ y se mide R puede deducirse T, de forma que pueden emplearse como termómetros.

En los termistores llamados NTC (Negative Temperature Coefficient), la resistencia eléctrica disminuye al aumentar la temperatura. Estos termistores son muy utilizados en amplios rangos de temperatura, de –200 ºC a +1 500 ºC, ya que ofrecen gran sensibilidad y un cambio continuo en su resistencia eléctrica.

Termistor NTC

En un termistor NTC la dependencia $R(T)$ no es lineal, sino exponencial. En concreto, se ajusta bien a una dependencia del tipo[1]

$$R = R_0 \exp\left[\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \qquad (1)$$

donde T es la temperatura absoluta, β es una constante característica del termistor y R_0 es la resistencia a la temperatura de referencia T_0.

Tomando logaritmos en la ecuación (1) se obtiene

$$\ln R = \frac{\beta}{T} + \ln R_0 - \frac{\beta}{T_0} \qquad (2)$$

Es decir, se espera una dependencia lineal entre las variables $y = \ln R$ y $x = 1/T$.

En esta prueba experimental vamos a realizar el calibrado de un termistor, es decir a determinar los valores de los parámetros β y R_0, para una cierta T_0, a partir de una serie de medidas experimentales.

El calibrado puede llevarse a cabo introduciendo el termistor en un baño termostático cuya temperatura se puede variar de forma controlada. La resistencia del termistor se mide con un polímetro a diferentes temperaturas del baño, que se miden con un termómetro *patrón*. Los resultados de las medidas se presentan en la siguiente tabla:

***T* (ºC)**	25	35	45	55	65	75	85	95
***R* (Ω)**	125	111	88	77	70	58	49	45

a) Representa gráficamente en el papel milimetrado los ocho puntos (x, y) que se obtienen a partir de los datos de la tabla. Recuerda que, en las expresiones (1) y (2), T es la temperatura absoluta.

b) Ajusta una línea recta a los puntos experimentales de la gráfica anterior.

c) A partir de este ajuste, determina los valores de β y R_0 para $T_0 = 298$ K.

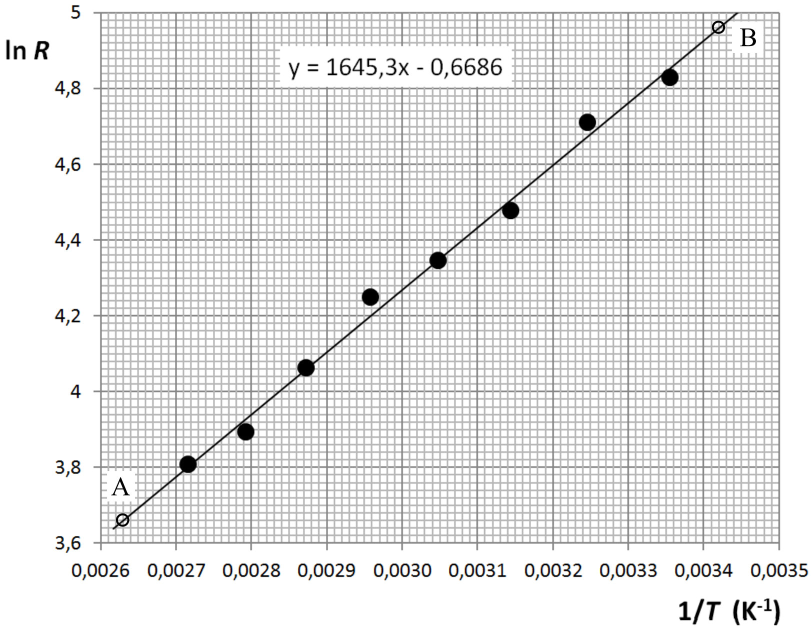
d) Haz una estimación de las incertidumbres de β y R_0.

[1] Quizá no conozcas la notación $\exp(x) \equiv e^x$, que suele emplearse cuando el exponente no es una expresión sencilla.

Problema experimental. Solución

a) En la siguiente tabla se recogen los valores experimentales y de las variables derivadas que se van a necesitar para la gráfica que se pide

T (°C)	T (K)	$1/T$ (K^{-1})	R (Ω)	ln R
25	298	0,003356	125	4,828
35	308	0,003247	111	4,710
45	318	0,003145	88	4,477
55	328	0,003049	77	4,344
65	338	0,002959	70	4,249
75	348	0,002874	58	4,060
85	358	0,002793	49	3,892
95	368	0,002717	45	3,807



b) Una vez trazada la recta que, en promedio, pasa lo más cerca posible de los puntos experimentales, su pendiente, p, y su ordenada en el origen, c, pueden determinarse a partir de las coordenadas de dos puntos auxiliares tomados sobre la recta y lo más alejados posible entre sí, para mejorar la precisión del resultado. En nuestro caso, por ejemplo, los puntos A y B, de coordenadas

$$(x_A\,;\,y_A) = (0{,}002630;\ 3{,}660)$$

$$(x_B\,;\,y_B) = (0{,}003420;\ 4{,}960)$$

La pendiente de esta recta es

$$p = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$\boxed{p = 1646\ \mathrm{K}}$$

La ordenada en el origen no puede leerse directamente en la gráfica, pues queda fuera del área de trabajo. Pero, conocida ya la pendiente de la recta, puede determinarse a partir de las coordenadas de uno de los puntos auxiliares, por ejemplo el A

$$c = y_{\text{A}} - p x_{\text{A}}$$

$$\boxed{c = -0{,}6690}$$

Un ajuste por "mínimos cuadrados" conduce al resultado indicado en la gráfica anterior, con unos valores de p y c muy similares a los del ajuste manual.

c) De acuerdo con la ecuación (2), la pendiente de la recta coincide con el parámetro β, es decir

$$\boxed{\beta = 1646\ \text{K}}$$

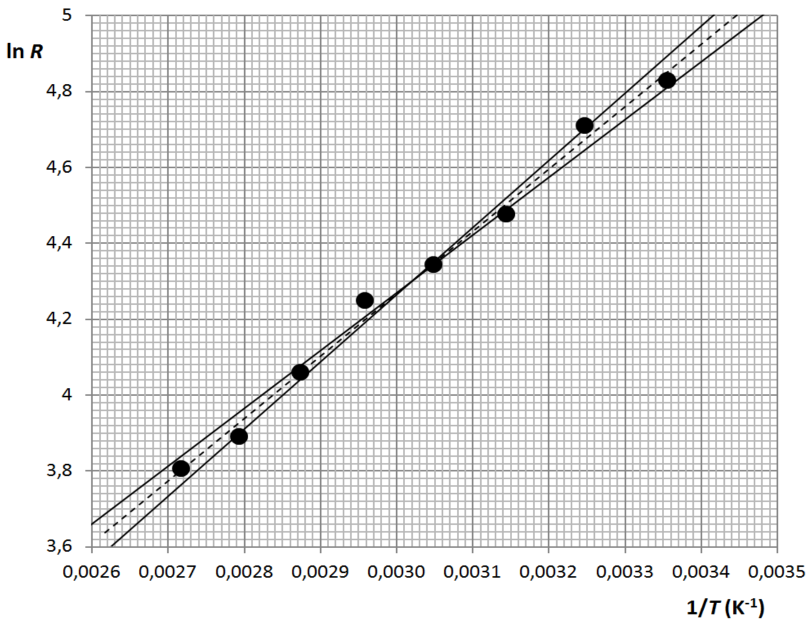
Y la ordenada en el origen es

$$c = \ln R_0 - \frac{\beta}{T_0} \qquad (3)$$

Operando se obtiene

$$\boxed{R_0 = 128{,}3\,\Omega}$$

d) Para hacer una estimación de incertidumbres, se trazan las dos rectas que, con pendientes máxima y mínima, se ajustan razonablemente a los puntos experimentales, teniendo en cuenta su dispersión respecto a la mejor recta[2].



[2] No hay datos en el enunciado sobre la incertidumbre de cada medida. Si se supiese, habría que dibujar sobre los puntos las correspondientes "barras de error" y tenerlas en cuenta para trazar las dos rectas de pendientes máxima y mínima.

Un proceso de ajuste análogo al realizado en el apartado anterior conduce a que las ecuaciones de estas dos rectas son

$$y_{\max} = 1770x - 1{,}045$$

$$y_{\min} = 1520x - 0{,}290$$

Por tanto, la incertidumbre del parámetro β es

$$\Delta\beta = \Delta p = \tfrac{1}{2}\left(p_{\max} - p_{\min}\right)$$

$$\Delta\beta = 125\ \mathrm{K}$$

Este valor es una estimación, es decir se conoce con baja precisión, por lo que no tiene mucho sentido darlo con tres cifras significativas. Suele darse sólo con una, aunque en nuestro caso es admisible darlo con dos ya que la primera cifra es un uno. En total, el resultado final para el parámetro β podría expresarse en la forma

$$\boxed{\beta = \left(1{,}65 \pm 0{,}13\right) \times 10^3\ \mathrm{K}}$$

Nótese que se ha redondeado el valor de β a tres cifras significativas, pues la cuarta está completamente fuera de precisión.

Por otra parte, teniendo en cuenta (3), de las pendientes y ordenadas en el origen de las dos rectas ajustadas en este apartado se pueden obtener los respectivos valores extremos de R_0.

$$R_{0,\max} = 133{,}6\ \Omega$$

$$R_{0,\min} = 122{,}8\ \Omega$$

$$\Delta R_0 = \tfrac{1}{2}\left(R_{0,\max} - R_{0,\min}\right) = 5{,}4\ \Omega$$

De forma que el resultado final para este parámetro, con el número adecuado de cifras significativas, sería

$$\boxed{R_0 = \left(128 \pm 5\right)\Omega}$$